

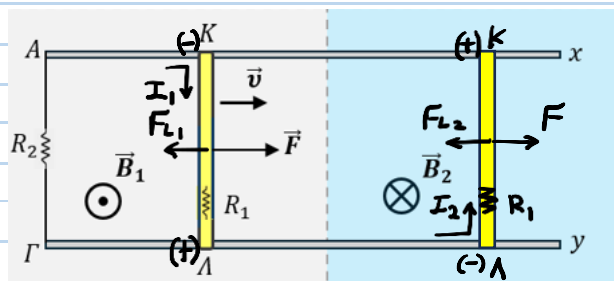
ΘΕΜΑ Α

A1-γ A2-β A3-δ A4-γ A5-Λ Σ Λ Λ Σ

ΘΕΜΑ Β

B1	I-β	II-α
----	-----	------

Ο αγωγός κινούμενος εντός των ομογενών μαγνητικών πεδίων ερφακνίζει στα άκρα του ΗΕΔ από επαγωγή, διαρρέεται από ηλεκτρισμό οπότε δεχέται και δύναμη Λαρλασε.



I) Στο μαγνητικό πεδίο έντασης \vec{B}_2 επιβραδύνεται και τελικώς αποκτά οριακή ταχύτητα \vec{v}_{op} . Οπότε η ταχύτητα του αγωγού μειώνεται, η ΗΕΔ $\mathcal{E}_{\eta 2} = B_2 v l$ μειώνεται, η ένταση του ηλεκτρισμού ρεύματος $I_2 = \frac{\mathcal{E}_{\eta 2}}{R_{o1}}$ μειώνεται άρα μειώνεται και η δύναμη Λαρλασε $F_{L2} = B_2 I_2 l$.

Ισχύει $\Sigma F_2 = ma \Rightarrow a = \frac{\Sigma F_2}{m} \Rightarrow a = \frac{F_{L2} - F}{m}$

Επειδή η F_{L2} μειώνεται, μειώνονται η ΣF_2 και η επιτάχυνση (β)

Όταν $\Sigma F_2 = 0$ ο αγωγός αποκτά την οριακή ταχύτητα

II) Όταν $v' = \frac{v}{2}$ δίνεται ότι: $\frac{d\Phi}{dt} = \frac{dWF}{dt} \Rightarrow I_2^2 R_{o1} = F \cdot v$

όπου $I_2 = \frac{\mathcal{E}_{\eta 2}}{R_{o1}} = \frac{B_2 v' l}{R_{o1}} = \frac{B_2 l \cdot v}{2 R_{o1}}$

και $\Sigma F_1 = 0 \Rightarrow F = F_{L1} = B_1 I_1 l = B_1 \frac{B_1 v l}{R_{o1}} l = \frac{B_1^2 l^2 \cdot v}{R_{o1}}$

άρα $\frac{B_2^2 l^2 v^2}{4 R_{o1}^2} R_{o1} = \frac{B_1^2 l^2 v}{R_{o1}} \cdot v \Rightarrow B_2^2 = 4 B_1^2 \Rightarrow \underline{B_2 = 2 B_1}$

Όταν ο αγωγός αποκτά v_{op} ισχύει $\Sigma F_2 = 0 \Rightarrow F = F_{L2}$ όμως $F = F_{L1}$

$\Rightarrow F_{L1} = F_{L2} \Rightarrow B_1 I_1 l = B_2 I_2 l \Rightarrow B_1 \frac{B_1 v l}{R_{o1}} l = B_2 \frac{B_2 v_{op} l}{R_{o1}} l$

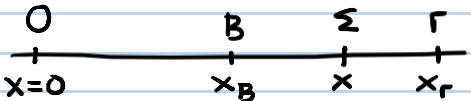
$\Rightarrow B_1^2 v = B_2^2 v_{op} \Rightarrow B_1^2 v = 4 B_1^2 v_{op} \Rightarrow \boxed{v_{op} = \frac{v}{4}}$ (α)

B2-β Το σημείο Β ξεκινά να κινείται μετά από δυο πλήρεις ταλαντώσεις ως προς ημιάρα τάφηνος(B) = t_B = 2T.

$$\text{Ισχύει } v = \frac{x}{t} \Rightarrow x = vt \rightarrow x_B = \frac{\lambda}{T} 2T \Rightarrow x_B = 2\lambda$$

Αφού το σημείο Γ έχει κάθε στιγμή ίδια απομάκρυνση και ίδια ταχύτητα με των πύρι ισχύει $\Delta x = k\lambda \Rightarrow x_\Gamma - 0 = k\lambda \Rightarrow x_\Gamma = k\lambda$, με $k=4$

οπότε $x_\Gamma = 4\lambda$ (συμφωνία φάσης)



Για τα σημεία που κατέ στιγμή έχουν αντίθετη απομάκρυνση και

αντίθετη ταχύτητα ισχύει $\Delta x = k\lambda + \frac{\lambda}{2}$. Έστω τυχαίο σημείο Σ

στη θέση x που έχει αντίθετη απομάκρυνση και αντίθετη ταχύτητα

με το Β. Ισχύει $\Delta x = k\lambda + \frac{\lambda}{2} \Rightarrow x - x_B = k\lambda + \frac{\lambda}{2} \Rightarrow x = k\lambda + x_B + \frac{\lambda}{2}$

$$\Rightarrow x = k\lambda + 2\lambda + \frac{\lambda}{2} \Rightarrow x = k\lambda + 2,5\lambda$$

Όμως $0 \leq x \leq x_\Gamma$

$$0 \leq k\lambda + 2,5\lambda \leq 4\lambda$$

$$-2,5 \leq k \leq 1,5 \quad \text{άρα } k = -2, -1, 0, 1 \quad \boxed{4 \text{ σημεία}} \quad \textcircled{\beta}$$

B3-α Οι ταχύτητες των σωμάτων πριν των κρούση στη θφμ είναι:

για m_2 θμκε $k_{2τελ} - k_{2αρχ} = W_{m_2} \Rightarrow \frac{1}{2} m_2 v_2^2 = m_2 g h$

$$v_2 = \sqrt{2gh} = \sqrt{2g \cdot 4\delta\ell} \Rightarrow v_2 = \sqrt{8g\delta\ell}$$

για m_1 στη θI ισχύει $\Sigma F_1 = 0 \Rightarrow m_1 g = k \delta\ell \Rightarrow \frac{k}{m_1} = \frac{g}{\delta\ell}$

στη θφμ ισχύει $E = K_1 + U \Rightarrow \frac{1}{2} D A^2 = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} D \delta\ell^2 \quad (D = k)$

$$v_1^2 = \frac{k}{m_1} (A^2 - \delta\ell^2) = \frac{g}{\delta\ell} (g\delta\ell^2 - \delta\ell^2)$$

$$v_1^2 = 8g\delta\ell \Rightarrow v_1 = \sqrt{8g\delta\ell} \quad \text{Άρα } v_1 = v_2 = v \quad \text{κατά μέτρο}$$

θφμ $\begin{matrix} \boxed{2} \downarrow v_2 \\ \boxed{1} \uparrow v_1 \end{matrix} (\uparrow +)$

$$\text{Ισχύει } v_1' = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_1 + \frac{2m_2}{m_1 + m_2} v_2 = \frac{3m}{5m} v + \frac{2m}{5m} (-v) \Rightarrow v_1' = \frac{v}{5}$$

$$v_2' = \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} v_2 + \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_1 = \frac{-3m}{5m} (-v) + \frac{8m}{5m} v \Rightarrow v_2' = \frac{11v}{5}$$

$$\left. \begin{matrix} v_1' \\ v_2' \end{matrix} \right\} \div \left[\frac{v_1'}{v_2'} = \frac{1}{11} \right] \quad \textcircled{\alpha}$$

ΘΕΜΑ Γ

Γ1) Για την επιτάχυνση των ηλεκτρονίων από τη διαφορά δυναμικού V

$$\text{ισχύει: } \theta \text{ΜΚΕ } \frac{1}{2} m v^2 = eV$$

Για τα ηλεκτρόνια που διέρχονται από το φίλτρο χωρίς απόκλιση

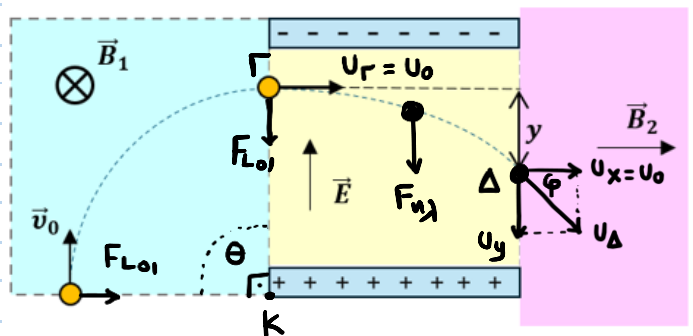
$$\text{ισχύει: } v = \frac{E}{B}$$

$$\text{Άρα } \frac{1}{2} m \frac{E^2}{B^2} = eV \Rightarrow \boxed{\frac{e}{m} = \frac{E^2}{2VB^2}}$$

Γ2) Για την ακτίνα της κυκλικής

$$\text{τροχιάς ισχύει: } R = \frac{m v_0}{B_1 |q|}$$

$$R = \frac{m}{e} \frac{v_0}{B_1} = \frac{4 \cdot 10^{-11} \cdot 7 \cdot 10^6}{10^{-3}} \text{ m} \Rightarrow \boxed{R = 4 \cdot 10^{-2} \text{ m}}$$



Για την περίοδο ισχύει:

$$T_1 = \frac{2\pi m}{B_1 |q|} = \frac{2\pi m}{B_1 e} = \frac{2\pi}{10^{-3}} \frac{4 \cdot 10^{-11}}{7} \text{ sec} \Rightarrow T_1 = \frac{8\pi}{7} 10^{-8} \text{ sec}$$

Εντός του ΟΜΠ \vec{B}_1 διαγράφει τεταρτοκύκλιο άρα $\theta = \frac{\pi}{2} \text{ rad}$

$$\text{ισχύει } \theta = \omega_1 \Delta t \Rightarrow \frac{\pi}{2} = \frac{2\pi}{T_1} \cdot \Delta t \Rightarrow \Delta t = \frac{T_1}{4} \Rightarrow \boxed{\Delta t = \frac{2\pi}{7} 10^{-8} \text{ sec}}$$

Γ3) Στην έξοδο από το ομογενές ηλεκτρικό πεδίο στο σημείο Δ,

η ταχύτητα \vec{v}_0 του ηλεκτρονίου σχηματίζει γωνία φ με τις δυναμικές

γραμμές του οριζόντιου ομογενούς μαγνητικού πεδίου έντασης \vec{B}_2 οπότε

διαγράφει ελικοειδή τροχιά. Για το βήμα της έλικας ισχύει:

$$\ell = v_x T_2 \quad \text{όπου } v_x = v_0 = 7 \cdot 10^6 \text{ m/s}$$

$$\text{και } T_2 = \frac{2\pi m}{B_2 e} = \frac{2\pi}{4 \cdot 10^{-3}} \frac{4 \cdot 10^{-11}}{7} \text{ sec} \Rightarrow T_2 = \frac{2\pi}{7} 10^{-8} \text{ sec}$$

$$\text{Άρα } \ell = 7 \cdot 10^6 \frac{2\pi}{7} 10^{-8} \text{ m} \Rightarrow \boxed{\ell = 2\pi \cdot 10^{-2} \text{ m} = 2\pi \text{ cm}}$$

Γ4) Για τον υπολογισμό της ταχύτητας \vec{v}_Δ του ηλεκτρονίου έχουμε:

$$\text{ΘΜΚΕ: } K_\Delta - K_\Gamma = W_{F_{\text{ηλ}} \Gamma \rightarrow \Delta} \Rightarrow \frac{1}{2} m v_\Delta^2 - \frac{1}{2} m v_0^2 = F_{\text{ηλ}} \cdot y \quad \text{οπου } F_{\text{ηλ}} = |q|E = eE$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} m v_\Delta^2 - \frac{1}{2} m v_0^2 = eE \cdot y \Rightarrow v_\Delta^2 = v_0^2 + 2 \frac{e}{m} E \cdot y$$

$$\Rightarrow v_\Delta = \sqrt{v_0^2 + 2 \frac{e}{m} E \cdot y}$$

$$\Rightarrow v_\Delta = \sqrt{49 \cdot 10^{12} + 2 \frac{1.6 \cdot 10^{-19}}{9.1 \cdot 10^{-31}} \cdot 10^4 \cdot 3 \cdot 10^{-2}} \text{ m/s}$$

$$\Rightarrow v_\Delta = \sqrt{64 \cdot 10^{12}} \text{ m/s} \Rightarrow v_\Delta = 8 \cdot 10^6 \text{ m/s.}$$

Το μήκος της τροχιάς που διανύει το ηλεκτρόνιο εντός του ΟΜΗ \vec{B}_2

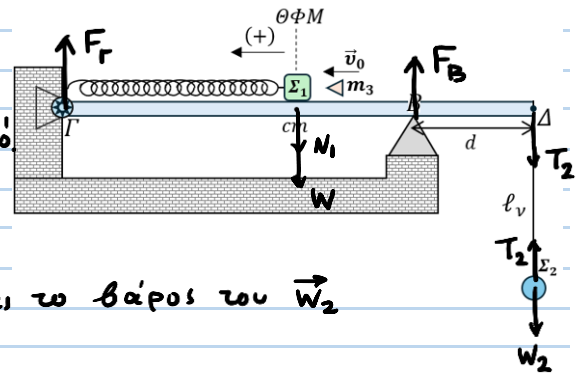
$$\text{είναι: } S = v_\Delta \cdot \Delta t' = v_\Delta \cdot T_2 = 8 \cdot 10^6 \cdot \frac{2\pi}{7} \cdot 10^{-8} \text{ m} \Rightarrow \boxed{S = 16\pi \cdot 10^{-2} \text{ m} = 16\pi \text{ cm}}$$

ΘΕΜΑ Δ

Δ1) Στο σώμα Σ_1 ασκείται το βάρος του

\vec{W}_1 και η κάθετη δύναμη \vec{N}'_1 από τη δοκό.

$$\text{Ισχύει } \sum F_{1y} = 0 \Rightarrow N'_1 = W_1 = m_1 g = 20 \text{ N.}$$



Στο σώμα Σ_2 ασκούνται η τάση \vec{T}_2 και το βάρος του \vec{W}_2

$$\text{Ισχύει } \sum F_{2y} = 0 \Rightarrow T_2 = W_2 = m_2 g = 15 \text{ N}$$

Στη δοκό ασκούνται το βάρος της \vec{W} , η τάση νήματος \vec{T}_2 , η δύναμη \vec{F}_B από το στήριγμα, η δύναμη \vec{F}_r από την άρθρωση και η κάθετη δύναμη \vec{N}'_1 από το σώμα Σ_1 αντίδρασης \vec{N}'_1 (γιατί μέτρο $N_1 = N'_1 = 20 \text{ N}$).

Από την ισορροπία της δοκού ισχύει:

$$\sum \tau_r = 0 \Rightarrow \tau_{F_B} = \tau_W + \tau_{N_1} + \tau_{T_2} \Rightarrow F_B (l - d) = m_1 g \frac{l}{2} + N_1 \frac{l}{2} + T_2 l$$

$$\Rightarrow \frac{3}{2} F_B = (70 + 20 + 30) \text{ N} \Rightarrow \boxed{F_B = 80 \text{ N}}$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow F_r + F_B = W + N_1 + T_2 \Rightarrow F_r + 80 \text{ N} = (70 + 20 + 15) \text{ N} \Rightarrow \boxed{F_r = 25 \text{ N}}$$

Δ2) Η περίοδος της ταλάντωσης που εκτελεί το συσσωμάτωμα $m_1 + m_3$

$$\text{είναι } T = 2\pi \sqrt{\frac{m_1 + m_3}{D}} \xrightarrow{D=k} T = 2\pi \sqrt{\frac{3}{75}} \text{ sec} \Rightarrow T = 0,4\pi \text{ sec.}$$

Το συσσωμάτωμα αικινιτοποιείται $2^{\text{η}}$ φορά όταν βρεθεί στη θέση

$$x = -A \text{ τη χρονική στιγμή } t_1 = \frac{3T}{4} \Rightarrow \boxed{t = 0,3\pi \text{ sec}}$$

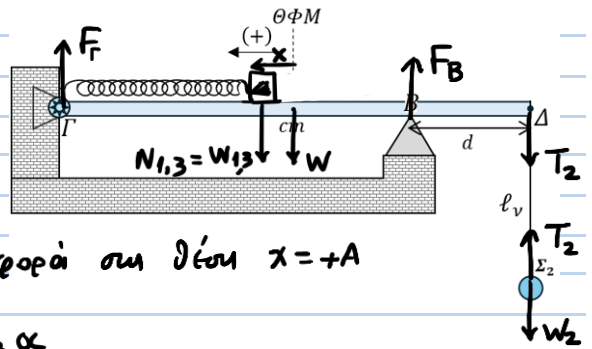
Δ3) Πλαστική κρούση ΑΔΟ: $\vec{P}_{\text{πριν}} = \vec{P}_{\text{μετά}} \Rightarrow P_3 = P_k \Rightarrow m_3 v_0 = (m_1 + m_3) u_k$

$\Rightarrow u_k = \frac{m_3 v_0}{m_1 + m_3} = \frac{1 \cdot 7,5}{3} \text{ m/s} \Rightarrow u_k = 2,5 \text{ m/s} = v_{\text{max}} \rightarrow \text{ταχύτητα στη } \theta \text{ I } \text{ m}_3 \text{ αατ.}$

Ισχύει $u_k = v_{\text{max}} = \omega A \quad D = k = (m_1 + m_3) \omega^2$

$A = \frac{u_k}{\omega} = \frac{2,5}{5} \text{ m} \quad \omega = \sqrt{\frac{k}{m_1 + m_3}} = 5 \text{ rad/s}$

$A = 0,5 \text{ m}$



Το συσσωμάτωμα αικινυτοποιείται για 1^η φορά στη θέση $x = +A$

Ισχύει $\frac{dP_{\theta_2}}{dt} = \Sigma F_{\theta_2} \Rightarrow \frac{dP_{\theta_2}}{dt} = \Sigma F_{\theta_2} = m_3 \alpha$

όπου $\alpha = -\alpha_{\text{max}} \sin(\omega t) = -\omega^2 A \sin(\omega t) = -\omega^2 x$

άρα $\frac{dP_{\theta_2}}{dt} = -m_3 \omega^2 x = -m_3 \omega^2 A = -1 \cdot 25 \cdot 2,5 \frac{\text{kg m/s}}{\text{s}} \Rightarrow \boxed{\frac{dP_{\theta_2}}{dt} = -12,5 \frac{\text{kg m/s}}{\text{s}}}$

Δ4) Όταν το συσσωμάτωμα βρίσκεται σε τυχαία απομάκρυνση x ισχύει:

$\Sigma \tau_r = 0 \Rightarrow \tau_{F_B} = \tau_W + \tau_{T_2} + \tau_{N_{1,3}}$

$N_{1,3} = W_{1,3} = (m_1 + m_3)g = 30 \text{ N}$ είναι

$F_B(l-d) = Mg \frac{l}{2} + T_2 l + N_{1,3}(\frac{l}{2} - x)$

η καύση που δέχεται η δοκός

$\frac{3}{2} F_B = 70 + 30 + 30(1-x)$

από το συσσωμάτωμα η οποία

$3F_B = 260 - 60x \Rightarrow F_B = \frac{260 - 60x}{3}$

είναι ίση με το βάρος του.

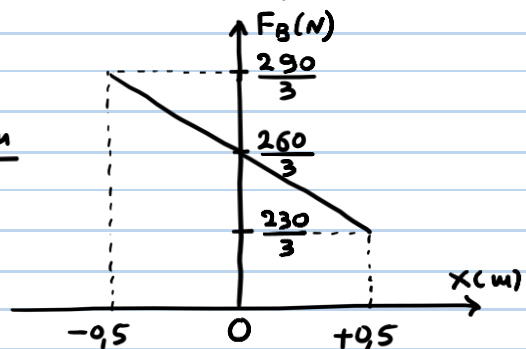
$\Rightarrow \boxed{F_B = \frac{260}{3} - 20x \text{ SI}}$

$m \in -A \leq x \leq +A \rightarrow -0,5 \text{ m} \leq x \leq +0,5 \text{ m}$

για $x = -0,5 \text{ m} \quad F_B = \frac{290}{3} \text{ N}$

$x = 0 \quad F_B = \frac{260}{3} \text{ N}$

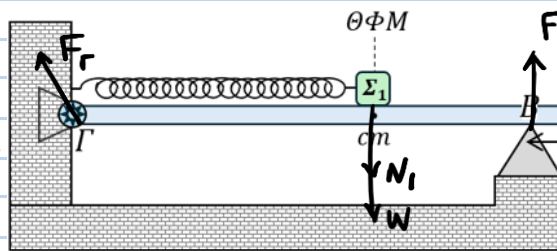
$x = +0,5 \text{ m} \quad F_B = \frac{230}{3} \text{ N}$



Δ5) Το συσσωμάτωμα

$m_2 + m_3$ αικινυτοποιείται

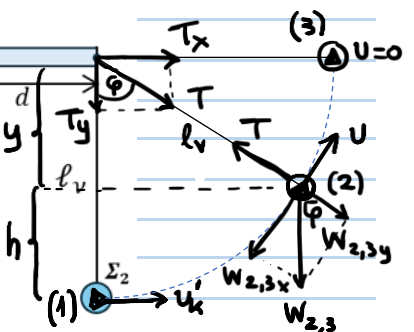
στη θέση (3).



ΘΜΚΕ: $k_3 - k_1 = W_{W_{2,3}} \Rightarrow -\frac{1}{2}(m_2 + m_3) u_k^2 = -(m_2 + m_3) g l_v$

(1) → (3)

$\Rightarrow v_k = \sqrt{2gl_v} = \sqrt{20} \text{ m/s} = 2\sqrt{5} \text{ m/s}$



α) Τηλαστική κρούση m_1, m_2 : $\vec{P}'_{\text{πριν}} = \vec{P}'_{\text{μετά}} \Rightarrow P'_3 = P'_k \Rightarrow m_3 v_3 = (m_1 + m_2) u'_k$

$$\Rightarrow v_3 = \frac{m_2 + m_3}{m_3} u'_k = 2,5 \cdot 2\sqrt{5} \text{ m/s} = 5\sqrt{5} \text{ m/s}$$

$$K_{\text{πριν}} = \frac{1}{2} m_3 v_3^2 = \frac{1}{2} 1 \cdot 25 \cdot 5 \text{ J} = 62,5 \text{ J}$$

$$K_{\text{μετά}} = \frac{1}{2} (m_2 + m_3) u'^2_k = \frac{1}{2} 2,5 \cdot 20 \text{ J} = 25 \text{ J}$$

$$\text{Εκπληκίων} = K_{\text{πριν}} - K_{\text{μετά}} \Rightarrow \boxed{\text{Εκπληκίων} = 37,5 \text{ J}}$$

β) Όταν το μέτρο της δύναμης από το σπρίγγρι στο σημείο Β είναι

$F_B = 124 \text{ N}$ έστω ότι το συδωροίτωμα βρίσκεται στη θέση (2).

Από την ισορροπία της δοκού ισχύει:

$$\sum \tau_B = 0 \Rightarrow \tau_{F_B} = \tau_W + \tau_{N_1} + \tau_{T_y}$$

$$\Rightarrow F_B (l-d) = mg \frac{l}{2} + N_1 \frac{l}{2} + T_y l$$

$$\Rightarrow 124 \frac{3}{2} = 70 + 20 + 2T_y$$

$$\Rightarrow 2T_y = 96 \text{ N} \Rightarrow T_y = 48 \text{ N} \Rightarrow T \cdot \sigma\omega\varphi = 48 \text{ N} \Rightarrow T = \frac{48 \text{ N}}{\sigma\omega\varphi} \text{ (α)}$$

ΘΜΚΕ για το $m_2 + m_3$ από τη θέση (1) \rightarrow (2)

$$K_2 - K_1 = W_{m_2,3} \Rightarrow \frac{1}{2} (m_2 + m_3) v^2 - \frac{1}{2} (m_2 + m_3) u'^2_k = -(m_2 + m_3) gh$$

$$\Rightarrow v^2 = u'^2_k - 2gh \quad \text{όπου } h = l_v - y = l_v - l_v \sigma\omega\varphi = l_v (1 - \sigma\omega\varphi)$$

$$\Rightarrow v^2 = u'^2_k - 2gl_v (1 - \sigma\omega\varphi)$$

$$\Rightarrow v^2 = 20 - 20 + 20\sigma\omega\varphi \Rightarrow v^2 = 20\sigma\omega\varphi \text{ (β)}$$

Από την κεντρομόλο στη θέση (2): $\sum F_R = (m_2 + m_3) a_k \Rightarrow T - W_{2,3y} = (m_2 + m_3) \frac{v^2}{l_v}$

$$\Rightarrow T = (m_2 + m_3) g \sigma\omega\varphi + (m_2 + m_3) \frac{v^2}{l_v}$$

$$\begin{matrix} \text{(α)} \\ \text{(β)} \end{matrix} \Rightarrow \frac{48}{\sigma\omega\varphi} = 25 \sigma\omega\varphi + 2,5 \cdot 20 \sigma\omega\varphi \Rightarrow \frac{48}{\sigma\omega\varphi} = 75 \sigma\omega\varphi \Rightarrow \sigma\omega^2\varphi = \frac{48}{75}$$

$$\Rightarrow \sigma\omega^2\varphi = \frac{3 \cdot 16}{3 \cdot 25} = \frac{16}{25} \rightarrow \sigma\omega\varphi = \pm 0,8 \quad 0 < \varphi < 90^\circ \rightarrow \sigma\omega\varphi = 0,8$$

$$\text{Από (β)} \Rightarrow v^2 = 20 \cdot 0,8 (\text{m/s})^2 = 16 (\text{m/s})^2 \Rightarrow v = 4 \text{ m/s}$$

$$\text{Για τη στροφορμή ισχύει: } L(\Delta) = (m_2 + m_3) v \cdot l_v \Rightarrow \boxed{L(\Delta) = 10 \text{ kg m}^2/\text{s} \text{ μέτρο}} \\ \text{⊙ κατεύθυνση}$$