

ΘΕΜΑ Α

A1-β A2-α A3-δ A4-β A5 ΣΣΛΛΣ

ΘΕΜΑ Β

B1	I-α	II-γ
----	-----	------

I) Το φορτίο  $q_1$  διαγράφει ημισύκλιο ακτίνας  $R_1 = d$  αφού οριακά δεν εφίερχεται από την πλευρά  $yy'$ . Κινείται εντός του ΟΜΠ για χρονικό διάστημα  $\Delta t_1 = \frac{T_1}{2}$

Το φορτίο  $q_2$  διαγράφει γωνία  $\varphi$  για την οποία ισχύει:  $\eta\mu\varphi = \frac{d}{R_2}$

Όμως  $R_1 = \frac{m_1 v_1}{B|q_1|} = d$ ,  $R_2 = \frac{m_2 v_2}{B|q_2|} = \frac{\sqrt{2} m_1 v_1}{B|q_1|} = \sqrt{2} R_1$

Άρα  $\eta\mu\varphi = \frac{d}{\sqrt{2} R_1} = \frac{d}{\sqrt{2} d} = \frac{\sqrt{2}}{2} \rightarrow \varphi = \pi/4 \text{ rad}$

Ισχύει  $\varphi = \omega_2 \Delta t_2 \Rightarrow \frac{\pi}{4} = \frac{2\pi}{T_2} \Delta t_2 \Rightarrow \Delta t_2 = \frac{T_2}{8}$

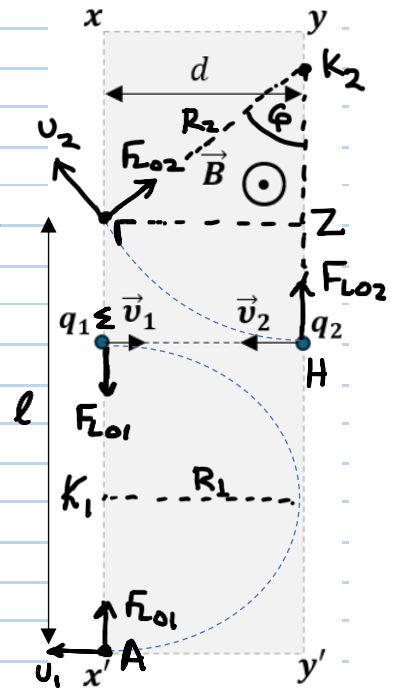
$\frac{\Delta t_1}{\Delta t_2} = \frac{T_1/2}{T_2/8} = 4 \Rightarrow \Delta t_1 = 4 \Delta t_2$  (α) όπου  $T_1 = T_2 = \frac{2\pi m_1}{B|q_1|}$   
 $m_1 = m_2$   $q_1 = q_2$

II) Ισχύει  $\sigma\omega\varphi = \frac{k_2 Z}{R_2} \Rightarrow k_2 Z = R_2 \sigma\omega\varphi = \sqrt{2} R_1 \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow k_2 Z = R_1$

Όμως  $\Gamma\Omega = ZH = R_2 - k_2 Z = \sqrt{2} R_1 - R_1 = (\sqrt{2}-1)R_1$

Ισχύει  $l = \Gamma A = \Gamma\Omega + \Omega A = (\sqrt{2}-1)R_1 + 2R_1$

$l = R_1 + \sqrt{2} R_1 = (1+\sqrt{2})R_1 \Rightarrow l = (1+\sqrt{2})d$  (β)



**B2-α** Από τη φωτοηλεκτρική επίωση Einstein ισχύει:

$$hf_1 = \phi + k_1 \Rightarrow hf_1 = \frac{hf_1}{2} + k_1 \Rightarrow k_1 = \frac{hf_1}{2}$$

Για την τάση αποκοπής ισχύει: Κανόδου - Κκαθ =  $W_{F_{1,2}}$

$$0 - k_1 = -eV_{01} \Rightarrow k_1 = eV_{01} \text{ Άρα } eV_{01} = \frac{hf_1}{2} \Rightarrow V_{01} = \frac{hf_1}{2e}$$

$$\text{Δίνεται ότι } V_{02} = V_{01} + 25\% V_{01} \Rightarrow V_{02} = 1,25 V_{01} = \frac{5}{4} V_{01}$$

$$\text{Ισχύει: } hf_2 = \phi + k_2 \Rightarrow hf_2 = \frac{hf_1}{2} + eV_{02}$$

$$\Rightarrow hf_2 = \frac{hf_1}{2} + \frac{5}{4} eV_{01} = \frac{hf_1}{2} + \frac{5}{4} e \frac{hf_1}{2e}$$

$$\Rightarrow hf_2 = \frac{9}{8} hf_1 \Rightarrow f_2 = \frac{9}{8} f_1 \Rightarrow \frac{v}{\lambda_2} = \frac{9}{8} \frac{v}{\lambda_1} \Rightarrow \lambda_1 = \frac{9}{8} \lambda_2$$

$$\text{Ισχύει: } \lambda_1 T_1 = \lambda_2 T_2 \Rightarrow \frac{9}{8} \lambda_2 T_1 = \lambda_2 T_2 \Rightarrow \boxed{T_2 = \frac{9}{8} T_1} \text{ (α)}$$

**B3-δ** Όταν το σπητίο  $\Sigma$  είναι ακίνητο ισχύει:

$$r_1 - r_2 = (2N' + 1) \frac{\lambda_1}{2} \Rightarrow r_1 - r_2 = (2N' + 1) \frac{v}{2f_1}$$

$$\Rightarrow f_1 = (2N' + 1) \frac{v}{r_1 - r_2} \xrightarrow{r_1 > r_2} f_{\text{min}} \text{ για } N' = 0$$

$$\Rightarrow f_1 = f_{\text{min}} = \frac{v}{r_1 - r_2} \text{ άρα } \boxed{r_1 - r_2 = \frac{\lambda_1}{2}}$$

$$\text{Δίνεται } f_2 = 8 f_1 \Rightarrow \frac{v}{\lambda_2} = 8 \frac{v}{\lambda_1} \Rightarrow \lambda_2 = \frac{\lambda_1}{8}$$

$$\text{'Έχουμε } \frac{r_1 - r_2}{\lambda_2} = \frac{\lambda_1/2}{\lambda_1/8} \Rightarrow \frac{r_1 - r_2}{\lambda_2} = 4 \Rightarrow r_1 - r_2 = 4\lambda$$

Άρα μετά την αλλαγή της συχνότητας το σπητίο  $\Sigma$

είναι σπητίο ενίσχυσης  $A'_z = 2A$  που ακίνητο συν υπερβολή ενισχυτικής συμβολής  $N = 4$ .

Μεταξύ της μεσοκαθέτου ( $N=0$ ) του ευθύγραμμου τμήματος  $\Pi_1\Pi_2$

και του σπητίου  $\Sigma$  υπάρχουν τρεις υπερβολές ενισχυτικής συμβολής, οι  $N=1, 2, 3$  (υπάρχουν και τέσσερις υπερβολές ακυρωτικής συμβολής οι  $N'=0, 1, 2, 3$ ).

## ΘΕΜΑ Γ

Δίνονται  $R_{\eta\lambda} = 2\ \Omega$ ,  $N = 100$ ,  $P_K = 24\text{W}$ ,  $V_K = 12\text{V}$ ,  $l_1 = 1,5\text{m}$ ,  $l_2 = 0,5\text{m}$

Στοιός ΑΓ:  $l = 2\text{m}$ ,  $R_{ΑΓ} = R = 4\ \Omega$ ,  $B_2 = 1\text{T}$

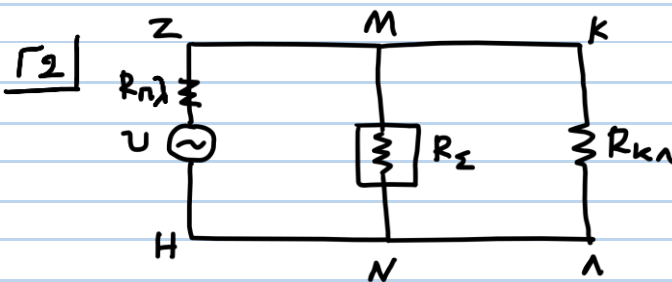
$$\Gamma 1] \phi = B_1 A \sin(\omega_1 t) \rightarrow \phi = \frac{4\sqrt{2} \cdot 10^{-3}}{\pi} \sin(100\pi t) \text{ SI}$$

άρα  $B_1 A = \frac{4\sqrt{2} \cdot 10^{-3}}{\pi} \text{ Wb}$  και  $\omega_1 = 100\pi \text{ rad/s}$

Για το πλάτος της εναλλασσόμενης τάσης ισχύει:

$$V = N \omega_1 B_1 A = 100 \cdot 100\pi \cdot \frac{4\sqrt{2} \cdot 10^{-3}}{\pi} \text{ V} \Rightarrow V = 40\sqrt{2} \text{ V.}$$

Ισχύει  $v = V \cdot \sin(\omega_1 t) \Rightarrow v = 40\sqrt{2} \sin(100\pi t) \text{ SI}$



Ισχύει  $R_{κλ} = \rho \frac{l_{κλ}}{S}$

$l_{κλ} = l_1 - l_2 = 1\text{m}$

$R_{ΑΓ} = R = \rho \frac{l}{S}$

Άρα  $R_{κλ} = \frac{l_{κλ}}{l} R = \frac{R}{2} = 2\ \Omega$

Για συσκευή:  $P_K = \frac{V_K^2}{R_ζ} \Rightarrow R_ζ = \frac{V_K^2}{P_K} \Rightarrow R_ζ = 6\ \Omega$ ,  $I_K = \frac{V_K}{R_ζ} = 2\text{A}$

Ισχύει:  $R_{ολ} = R_{κλ, ζ} + R_{\eta\lambda} = \frac{R_{κλ} \cdot R_ζ}{R_{κλ} + R_ζ} + R_{\eta\lambda} = \left(\frac{12}{8} + 3,5\right)\ \Omega \Rightarrow R_{ολ} = 5\ \Omega$

$V_{εν} = \frac{V}{\sqrt{2}} = 40\text{V}$ ,  $I_{εν} = \frac{V_{εν}}{R_{ολ}} \Rightarrow I_{εν} = 8\text{A}$

$R_{κλ} // R_ζ \rightarrow V_{ενκλ} = V_{ενζ} \Rightarrow I_{ενκλ} R_{κλ} = I_{ενζ} R_ζ$

$\Rightarrow 2 I_{ενκλ} = 6 I_{ενζ} \Rightarrow I_{ενκλ} = 3 I_{ενζ}$

όμως  $I_{εν} = I_{ενκλ} + I_{ενζ} = 4 I_{ενζ} \Rightarrow I_{ενζ} = \frac{I_{εν}}{4} = 2\text{A} = I_K$

Γ3]  $I_{ενκλ} = 3 I_{ενζ} = 6\text{A}$

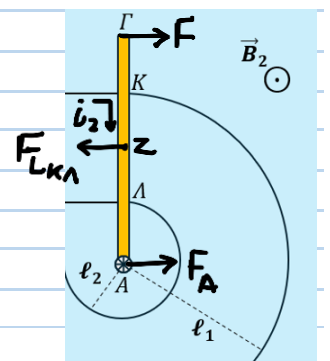
λειτουργεί κανονικά

$I_{ενκλ} = \frac{I_{κλ}}{\sqrt{2}} \Rightarrow I_{κλ} = \sqrt{2} I_{ενκλ} = 6\sqrt{2}\text{A}$

$F_{Lκλ} = B_2 i_2 l_{κλ}$  όπου  $l_{κλ} = l_1 - l_2 = 1\text{m}$

$F_{Lκλ} = B_2 I_{κλ} l_{κλ}$

$F_{Lκλ} = 1 \cdot 6\sqrt{2} \cdot 1\text{N} \Rightarrow F_{Lκλ} = 6\sqrt{2}\text{N}$



α) Ισορροπία δοκού όπου  $l_{AZ} = l_2 + \frac{l_{KL}}{2} = 1 \text{ m}$

$$\sum \tau_A = 0 \Rightarrow \tau_F - \tau_{F_{KL}} = 0 \Rightarrow F \cdot l = F_{KL} l_{AZ}$$

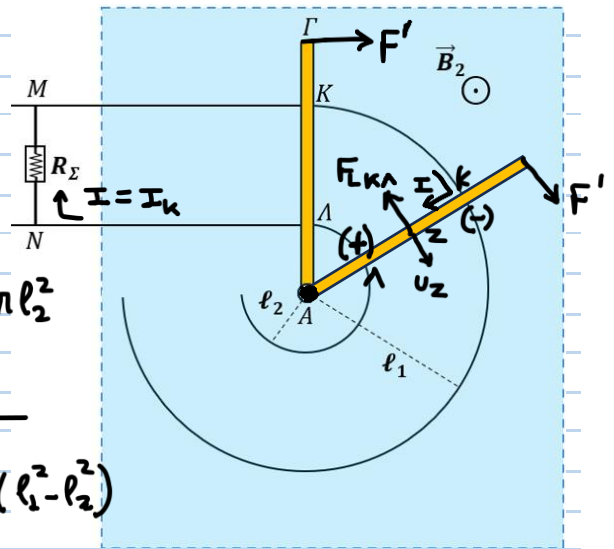
$$\Rightarrow F = F_{KL} \frac{l_{AZ}}{l} = 6\sqrt{2} \frac{1}{2} \text{ N} \Rightarrow \boxed{F = 3\sqrt{2} \text{ N}}$$

$$\beta) \sum F_x = 0 \Rightarrow F + F_A = F_{KL} \Rightarrow F_A = F_{KL} - F \Rightarrow \boxed{F_A = 3\sqrt{2} \text{ N}}$$

Γ4] Η δοκός στρέφεται εντός του ομπ οπότε εμφανίζεται Εση Ισχύει ότι:

Σε  $2\pi \text{ rad}$  αντιστοιχεί εμβαδόν  $\pi l_1^2 - \pi l_2^2$   
σε  $\Delta\theta$  " "  $\Delta A$

$$2\pi \cdot \Delta A = \Delta\theta \cdot \pi (l_1^2 - l_2^2) \Rightarrow \Delta A = \frac{1}{2} \Delta\theta (l_1^2 - l_2^2)$$



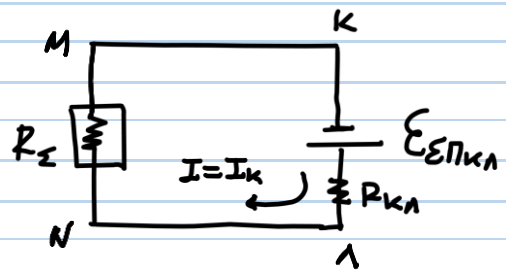
Για το τμήμα της δοκού ΚΛ ισχύει:

$$\mathcal{E}_{\text{ηκλ}} = \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = B_2 \frac{\Delta A}{\Delta t} = \frac{1}{2} B_2 \frac{\Delta\theta}{\Delta t} (l_1^2 - l_2^2) \Rightarrow \mathcal{E}_{\text{ηκλ}} = \frac{1}{2} B_2 \omega_2 (l_1^2 - l_2^2)$$

Η συσκευή λειτουργεί κανονικά άρα

$$I = I_K = 2 \text{ A}, R'_{\text{ολ}} = R_2 + R_{\text{κλ}} = 8 \Omega$$

$$\text{Ισχύει: } I = \frac{\mathcal{E}_{\text{ηκλ}}}{R'_{\text{ολ}}} \Rightarrow \mathcal{E}_{\text{ηκλ}} = I R'_{\text{ολ}} = 16 \text{ V}$$



$$\text{οπότε } \mathcal{E}_{\text{ηκλ}} = \frac{1}{2} B_2 \omega_2 (l_1^2 - l_2^2) \Rightarrow 16 = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot \omega_2 \left( \frac{9}{4} - \frac{1}{4} \right) \Rightarrow \boxed{\omega_2 = 16 \frac{\text{rad}}{\text{s}}}$$

Γ5] Επειδή  $\vec{\omega}_2 = \omega_2 \hat{z}$  ο ρυθμός που προσφέρεται ενέργεια στη δοκό από των  $\vec{F}'$  είναι ίσος με τον ρυθμό που παράχεται θερμότητα

$$\frac{dW_{F'}}{dt} = \frac{d\Phi_{R'_{\text{ολ}}}}{dt} = I^2 R'_{\text{ολ}} = 2^2 \cdot 8 \text{ J/s} \Rightarrow \boxed{\frac{dW_{F'}}{dt} = 32 \text{ J/s}}$$

$$\left( P_{F'} = |P'_{\text{ηκλ}}| = F_{\text{κλ}} \cdot v_z = B_2 I \cdot l_{\text{κλ}} \cdot l_{AZ} \cdot \omega_2 = 1 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 16 \text{ J/s} = 32 \text{ J/s} \right)$$

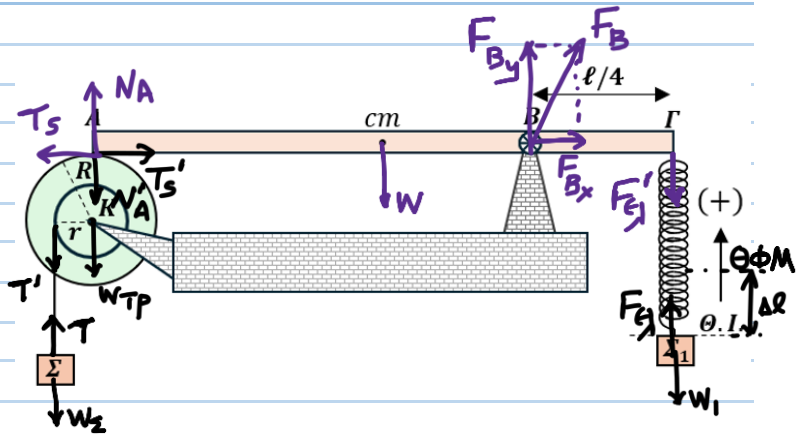
## ΘΕΜΑ Δ

Δίνονται:  $\mu = 7 \text{ kg} \rightarrow W = \mu g = 70 \text{ N}$

$m_2 = 2 \text{ kg} \rightarrow W_2 = m_2 g = 20 \text{ N}$

$m_1 = 1 \text{ kg} \rightarrow W_1 = m_1 g = 10 \text{ N}$

$k = 100 \text{ N/m}$ ,  $R = 2r$



Δ1) α) Το σώμα  $\Sigma_1$  δέχεται το βάρος του  $\vec{W}_1$  και τη δύναμη του ελατηρίου  $\vec{F}'_{ej}$ . Ισχύει:  $\sum F_{iy} = 0 \Rightarrow F'_{ej} = W_1 = 10 \text{ N}$

και  $k \Delta l = W_1 \Rightarrow \Delta l = \frac{W_1}{k} = 0,1 \text{ m}$

Το σώμα  $\Sigma$  δέχεται το βάρος του  $\vec{W}_2$  και την τάση  $\vec{T}$  από το νήμα. Ισχύει:  $\sum F_{\Sigma,y} = 0 \Rightarrow T = W_2 = 20 \text{ N}$ .

Η τροχαλία δέχεται το βάρος της  $\vec{W}_{TP}$ , την τάση  $\vec{T}'$  από το νήμα (υατά μέτρο ισχύει  $T = T' = 20 \text{ N}$ ), την κάθετη δύναμη  $\vec{N}'_A$  από τη δοκό και τη στατική τριβή  $T'_s$  από τη δοκό. Ισχύει:  $\sum \tau_k = 0 \Rightarrow \tau_{T'} - \tau_{T'_s} = 0 \Rightarrow T' r = T'_s R$   
 $\Rightarrow T' r = T'_s 2r \Rightarrow T'_s = \frac{T'}{2} \Rightarrow \boxed{T'_s = 10 \text{ N}}$

β) Στη δοκό ασκούνται το βάρος της  $\vec{W}$ , οι αντιδράσεις των δυνάμεων από την τροχαλία  $\vec{N}'_A$ ,  $\vec{T}_s$ , η δύναμη  $\vec{F}'_{ej}$  από το ελατήριο και η δύναμη  $\vec{F}_B$  από το σύρμα. Ισχύει:

$$\sum \tau_B = 0 \Rightarrow \tau_W - \tau_{F'_{ej}} - \tau_{N'_A} = 0 \Rightarrow W \frac{l}{4} - F'_{ej} \frac{l}{4} - N'_A \frac{3l}{4} = 0$$

$$\Rightarrow 3N'_A = W - F'_{ej} \Rightarrow 3N'_A = (70 - 10) \text{ N} \Rightarrow N'_A = 20 \text{ N}$$

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow F_{Bx} = T_s = 10 \text{ N}$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow F_{By} + N'_A = W + F'_{ej} \Rightarrow F_{By} + 20 \text{ N} = 70 \text{ N} + 10 \text{ N} \Rightarrow F_{By} = 60 \text{ N}$$

$$\vec{F}_B = \vec{F}_{Bx} + \vec{F}_{By} \xrightarrow{\text{μέτρο}} F_B = \sqrt{F_{Bx}^2 + F_{By}^2} \Rightarrow \boxed{F_B = \sqrt{3700} \text{ N} = 10\sqrt{37} \text{ N}}$$

Δ2 Το σώμα Σ, ελαττώνεται από τη ΘΙ ως αατ με  $v_0$ .

Άρα  $v_0 = v_{\max} = 2 \text{ m/s}$  όπου  $D = k = m \cdot \omega^2 \Rightarrow \omega = 10 \text{ rad/s}$

$v_{\max} = \omega A \Rightarrow A = \frac{v_{\max}}{\omega} = 0,2 \text{ m}$ .

Το σώμα Σ, αμυντοποιείται για 1<sup>η</sup> φορά στην πάνω αμυντοποίηση

$y = +A = +0,2 \text{ m}$ . Άρα  $\frac{dP}{dt} = \Sigma F = -ky = -100(+0,2) \text{ N} \Rightarrow \frac{dP}{dt} = -20 \frac{\text{kgm/s}}{\text{s}}$

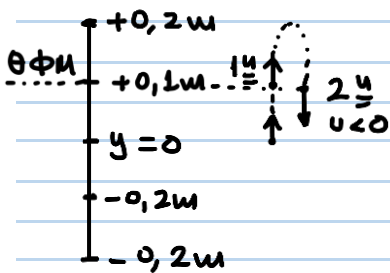
Δ3 Η ενέργεια ταλάντωσης του σώματος Σ, είναι:

$E = \frac{1}{2} k A^2 = \frac{1}{2} 100 \frac{4}{100} \text{ J} \Rightarrow E = 2 \text{ J}$ .

Όταν  $K = 1,5 \text{ J}$  η δυναμική ενέργεια ταλάντωσης είναι:

$E = K + U \Rightarrow U = E - K = 0,5 \text{ J}$

Ισχύει  $U = \frac{1}{2} k \cdot y^2 \Rightarrow y = \pm \sqrt{\frac{2U}{k}} = \pm \frac{1}{10} \text{ m} \Rightarrow y = \pm 0,1 \text{ m}$ .



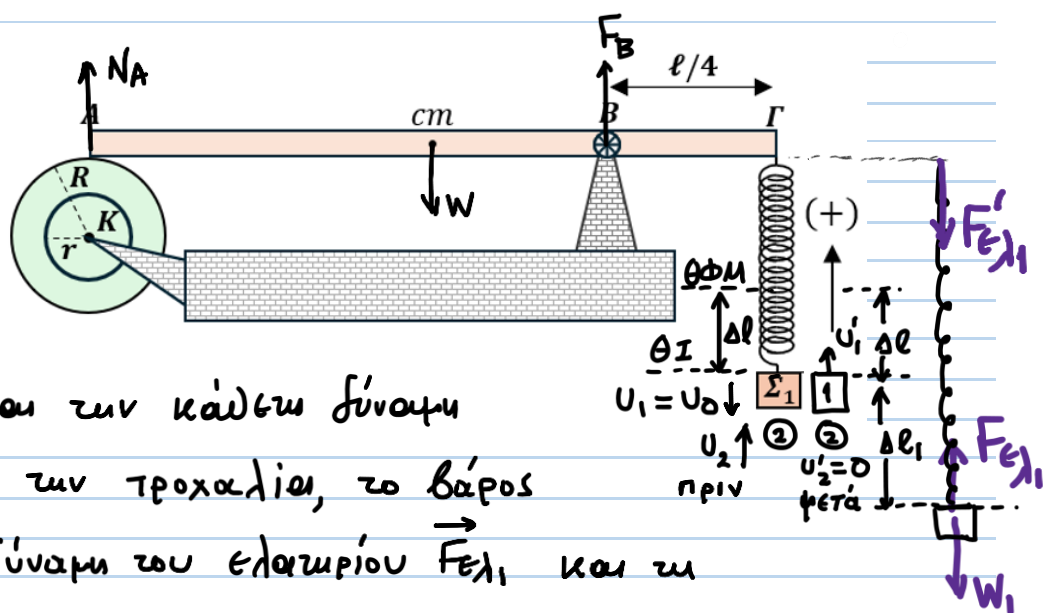
2<sup>η</sup> φορά  $K = 1,5 \text{ J}$  όταν  $y = +0,1 \text{ m} = +\Delta l$

κινούμενο προς τα κάτω. Άρα το σώμα Σ

βρίσκεται στη θέση φυσικού μήκους του

ελαστηρίου ( $\Delta l' = 0$ ). Άρα  $U_{el} = 0$

Δ4



Η δοκός δέχεται την κάθετη δύναμη

επαφής  $\vec{N}_A$  από την τροχαλία, το βάρος

της  $\vec{W}$ , τη δύναμη του ελαστηρίου  $\vec{F}_{el}$  και τη

δύναμη  $\vec{F}_B$  από το σύρμα.

Η δοκός δεν περιστρέφεται όταν  $N_A > 0$ .

Όταν το σώμα  $\Sigma_1$  κινείται πάνω από τη θφμ η δύναμη του ελατηρίου στο άκρο  $\Gamma$  της δοκού έχει φορά προς τα πάνω οπότε:  $\sum \tau_B = 0 \Rightarrow \tau_{F_{el,1}} + \tau_W - \tau_{N_A} = 0$

$$\tau_{N_A} = \tau_{F_{el,1}} + \tau_W > 0 \rightarrow N_A > 0.$$

Όταν το σώμα  $\Sigma_1$  κινείται κάτω από τη θφμ η δύναμη του ελατηρίου στο άκρο  $\Gamma$  της δοκού έχει φορά προς τα κάτω οπότε ισχύει:  $\sum \tau_B = 0 \Rightarrow -\tau_{F_{el,1}} + \tau_W - \tau_{N_A} = 0$

$$\Rightarrow -F_{el,1} \frac{l}{4} + W \frac{l}{4} = N_A \frac{3l}{4} \Rightarrow N_A = \frac{W - F_{el,1}}{3}$$

Για να μην περιστρέφεται η δοκός πρέπει:

$$N_A \geq 0 \Rightarrow W - F_{el,1} \geq 0 \Rightarrow k(\Delta l_1 + \Delta l) \leq W$$

$$\Rightarrow \Delta l_1 \leq \frac{W}{k} - \Delta l \Rightarrow \Delta l_1 \leq \left( \frac{70}{100} - 0,1 \right) \text{m}$$

$$\Rightarrow \Delta l_1 \leq 0,6 \text{m} \rightarrow \Delta l_1 = 0,6 \text{m} = A_{\text{max}} \rightarrow \text{το μέγιστο}$$

επιτρεπτό πλάτος ταλάντωσης

α) Μετά την κρούση:  $v_1' = v_{\text{max}} = \omega \cdot A_{\text{max}} = 6 \text{ m/s}$ .

Από την κεντρική ελαστική κρούση ισχύει:

$$\text{ΑΔΟ: } \vec{P}_{\text{πριν}} = \vec{P}_{\text{μετ}} \Rightarrow m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 v_1' + m_2 v_2' \stackrel{\text{①}}{\Rightarrow} m_1 (v_1 - v_1') = m_2 (v_2' - v_2)$$

$$\text{ΔΚΕ: } K_{\text{πριν}} = K_{\text{μετ}} \Rightarrow \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 = \frac{1}{2} m_1 v_1'^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2'^2$$

$$\Rightarrow m_1 (v_1 - v_1') (v_1 + v_1') = m_2 (v_2' - v_2) (v_2' + v_2)$$

Διαιρώντας και τα μέλη έχουμε:  $v_1 + v_1' = v_2' + v_2 \quad (\downarrow +)$

$$2 - 6 = 0 + v_2 \Rightarrow v_2 = -4 \text{ m/s}$$

Άρα το μέτρο της ταχύτητας της σφαίρας είναι  $v_2 = 4 \text{ m/s}$

$$\text{β) ΑΔΟ: } \text{①} \stackrel{(\downarrow +)}{\underset{v_2=0}{\Rightarrow}} 1 \cdot 2 - 4m_2 = -1 \cdot 6 \Rightarrow 4m_2 = 8 \Rightarrow m_2 = 2 \text{ kg}$$