

Λύσεις Β Λυκείου 12-10-2025

Θέμα Α

A1) γ A2) δ A3) β A4) β
α) Σ β) Σ γ) Σ δ) Λ ε) Λ

ΘΕΜΑ Α

Στις ερωτήσεις A1 – A4 να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

A1. Στην οριζόντια βολή το βεληνεκές του σώματος στο σημείο πτώσης εξαρτάται:

α) μόνο από το ύψος βολής.

β) μόνο από την αρχική ταχύτητα βολής.

γ) τόσο από το ύψος βολής όσο και από την αρχική ταχύτητα βολής.

$$\rightarrow S = v_0 \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

δ) μόνο από το χρόνο καθόδου.

(5 μονάδες)

A2. Δύο ίσα θετικά φορτία $Q_A = Q_\Gamma = +Q$, είναι τοποθετημένα στις κορυφές Α και Γ τετραγώνου ΑΒΓΔ.

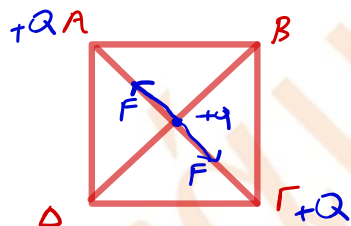
Σημειακό φορτίο $+q$ αφήνεται ελεύθερο στο κέντρο Κ του τετραγώνου. Το φορτίο $+q$ θα:

α) κινηθεί προς το Α.

β) κινηθεί προς το κέντρο Κ του τετραγώνου.

γ) κινηθεί προς το Γ.

δ) μείνει ακίνητο.



$$F = k_c \cdot \frac{|Q \cdot q|}{r^2}$$
$$\rightarrow \Sigma F = 0$$

(5 μονάδες)

A3. Ένα βλήμα βάλλεται την $t=0$ οριζόντια με αρχική ταχύτητα v_0 . Η ταχύτητα v , σε χρόνο t έχει μέτρο:

α) $v = v_0$

β) $v = \sqrt{v_0^2 + g^2 \cdot t^2}$

γ) $v = \sqrt{v_0^2 - g^2 \cdot t^2}$

δ) $v = v_0 + g \cdot t$

$$\underbrace{v_x}_{v_0} \quad \underbrace{v_y}_{g \cdot t}$$

(5 μονάδες)

A4. Ακίνητο σημειακό φορτίο Q δημιουργεί ηλεκτροστατικό πεδίο. Σε απόσταση r από το φορτίο, σε σημείο Α, η ένταση εξαρτάται:

α) μόνο από το μέτρο του φορτίου Q .

β) από το φορτίο Q και την απόσταση r από αυτό.

$$\rightarrow E = k_c \cdot \frac{|Q|}{r^2}$$

γ) μόνο από την απόστασης r .

δ) από το βοηθητικό φορτίο που θα τοποθετήσουμε στο σημείο Α.

(5 μονάδες)

A5. Να χαρακτηρίσετε την κάθε πρόταση παρακάτω με το γράμμα Σ αν είναι σωστή ή με το γράμμα Λ αν είναι λανθασμένη.

α) Ένα σώμα εκτοξεύεται οριζόντια από κάποιο ύψος H με αρχική ταχύτητα μέτρου v_0 . Αν τετραπλασιάσουμε το ύψος εκτόξευσης, ο χρόνος πτώσης του σώματος διπλασιάζεται.

β) Μονάδα της έντασης ηλεκτρικού πεδίου στο S.I., είναι N/C.

γ) Στην οριζόντια βολή, η τροχιά είναι παραβολική.

δ) Αν σε σημείο πεδίου η ένταση είναι E και τοποθετήσουμε δοκιμαστικό φορτίο q , η δύναμη που δέχεται έχει μέτρο: $F = \frac{E}{|q|}$.

ε) Σε περιοχές όπου οι δυναμικές γραμμές είναι πυκνές, το ηλεκτρικό πεδίο είναι πιο ασθενές.

(5 μονάδες)

Θέμα Β

Β1) Σωστή απάντηση:(β)

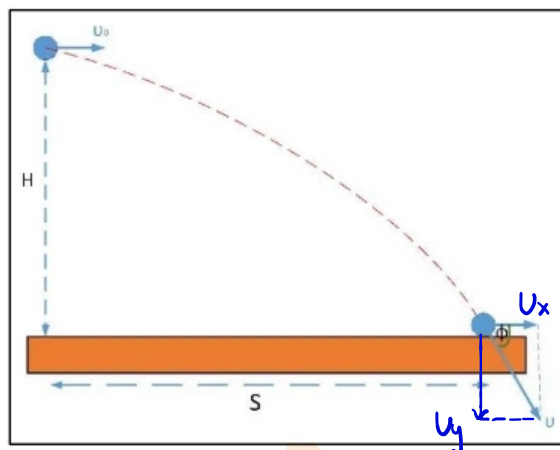
Β1. Ένα σώμα βάλλεται οριζόντια από ύψος πάνω από το έδαφος με ταχύτητα v_0 και όταν πέφτει στο έδαφος, το διάνυσμα της ταχύτητάς του σχηματίζει με την οριζόντια διεύθυνση γωνία φ , με $\tan\varphi=2$. Το βεληνεκές του σώματος είναι:

α) $S = \frac{v_0^2}{g}$

β) $S = \frac{2v_0^2}{g}$

γ) $S = \sqrt{\frac{2v_0^2}{g}}$

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.
(2+6 μονάδες)



$$\tan\varphi = \frac{v_y}{v_x} \Rightarrow 2 = \frac{v_y}{v_0} \Rightarrow v_y = 2 \cdot v_0$$

$$v_y = g \cdot t_{\text{εσ}} \Rightarrow 2 \cdot v_0 = g \cdot t_{\text{εσ}} \Rightarrow t_{\text{εσ}} = \frac{2v_0}{g}$$

$$\text{Άρα: } S = v_0 \cdot t_{\text{εσ}} = v_0 \cdot \frac{2v_0}{g} \Rightarrow S = \frac{2v_0^2}{g}$$

Β2) Σωστή απάντηση:(γ)

Β2. Δύο φορτισμένα σωματίδια $Q_1=+8Q$ και $Q_2=-2Q$ βρίσκονται στην ίδια ευθεία και σε απόσταση r , όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα. Το σημείο που θα μηδενιστεί η συνολική ένταση πάνω στην ευθεία που βρίσκονται τα δύο φορτία, θα είναι:

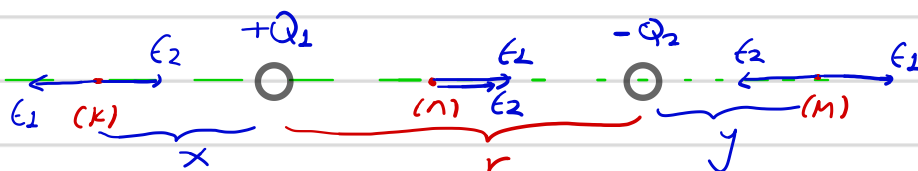
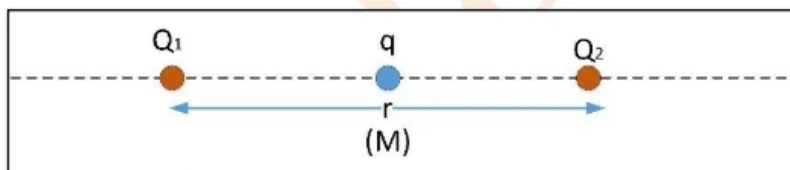
α) Σε απόσταση $r/3$ από φορτίο Q_2 .

β) Σε απόσταση $r/2$ από το φορτίο Q_1 .

γ) Σε απόσταση r από φορτίο Q_2 .

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

(12+6 μονάδες)



Διερεύνηση

Σημείο Λ: $\vec{E}_1 \uparrow \uparrow \vec{E}_2$, άρα $E_{\text{ολ}} \neq 0$

Σημείο Κ:
$$\left. \begin{aligned} E_1 &= k_c \cdot \frac{|Q_1|}{x^2} \\ E_2 &= k_c \cdot \frac{|Q_2|}{(r+x)^2} \end{aligned} \right\} \begin{aligned} &|Q_1| > |Q_2| \\ &x^2 < (r+x)^2 \end{aligned} \Rightarrow E_1 > E_2, \text{ άρα } E_{\text{ολ}} \neq 0$$

Σημείο Μ: $E_{\text{ολ}} = 0 \Rightarrow E_1 = E_2 \Rightarrow \cancel{k_c} \cdot \frac{|Q_1|}{(r+y)^2} = \cancel{k_c} \cdot \frac{|Q_2|}{y^2} \Rightarrow \frac{8Q}{(r+y)^2} = \frac{2Q}{y^2}$

$$\Rightarrow \frac{(r+y)^2}{y^2} = \frac{8}{2} = 4 \Rightarrow \frac{r+y}{y} = \pm \sqrt{4} = \pm 2$$

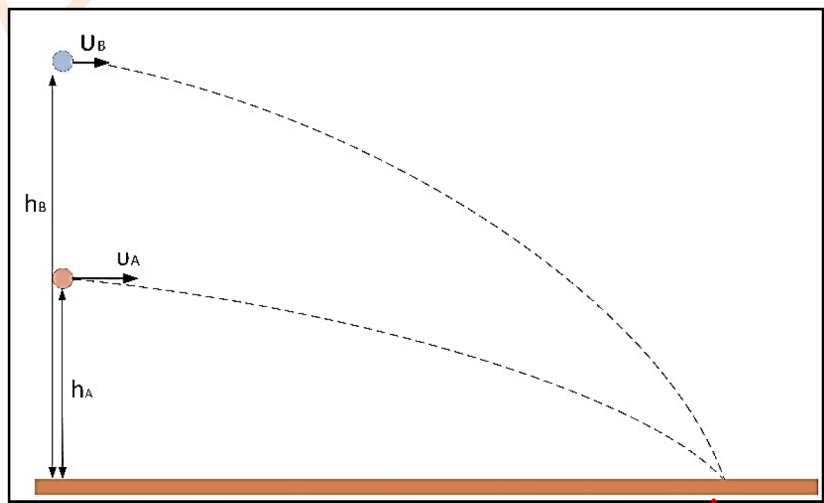
$$\xrightarrow{(+)} \frac{r+y}{y} = 2 \Rightarrow r+y = 2y \Rightarrow \boxed{y = r}$$

$$\xrightarrow{(-)} \frac{r+y}{y} = -2 \Rightarrow r+y = -2y \Rightarrow -3y = r \Rightarrow y = -\frac{r}{3} : \text{ Απορ.}$$

B3) Σωστή απάντηση:(γ)

B3. Δύο μικρές σφαίρες Α και Β εκτοξεύονται ταυτόχρονα τη χρονική στιγμή $t = 0$ από οριζόντια ύψη h_A και h_B αντίστοιχα, που βρίσκονται στην ίδια κατακόρυφο. Οι αρχικές οριζόντιες ταχύτητες των δύο σφαιρών συνδέονται με τη σχέση: $v_A = 4 \cdot v_B$. Αγνοούμε την αντίσταση του αέρα.

Αν τα σώματα φθάνοντας στο έδαφος έχουν διανύσει την ίδια οριζόντια απόσταση, τότε τα ύψη h_A , h_B συνδέονται με τη σχέση:



α) $\frac{h_A}{h_B} = \frac{1}{4}$

β) $\frac{h_A}{h_B} = \frac{4}{9}$

γ) $\frac{h_A}{h_B} = \frac{1}{16}$

$S_{\text{maxA}} = S_{\text{maxB}}$

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

(2+6 μονάδες)

• $S_{\text{maxA}} = S_{\text{maxB}} \Rightarrow U_A \cdot t_{\text{εδA}} = U_B \cdot t_{\text{εδB}} \Rightarrow 4 \cdot \cancel{U_B} \cdot t_{\text{εδA}} = \cancel{U_B} \cdot t_{\text{εδB}}$
 $\Rightarrow t_{\text{εδB}} = 4 \cdot t_{\text{εδA}}$

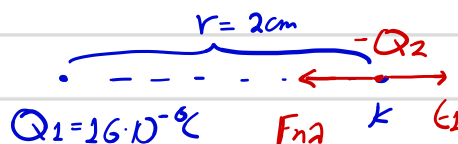
• $\frac{h_A}{h_B} = \frac{\frac{1}{2} \cdot \cancel{g} \cdot t_{\text{εδA}}^2}{\frac{1}{2} \cdot \cancel{g} \cdot t_{\text{εδB}}^2} = \frac{t_{\text{εδA}}^2}{(4 \cdot t_{\text{εδA}})^2} = \frac{t_{\text{εδA}}^2}{16 \cdot t_{\text{εδA}}^2} \Rightarrow \boxed{\frac{h_A}{h_B} = \frac{1}{16}}$

Θέμα Γ

Ένα σωματίδιο είναι ακίνητο και φέρει ηλεκτρικό φορτίο $Q_1 = 4 \mu\text{C}$.

Γ1) Να υπολογίσετε την ένταση του ηλεκτρικού πεδίου σε ένα σημείο K του πεδίου που δημιουργεί το φορτίο Q_1 και απέχει 2 cm από αυτό.

(5 μονάδες)



$$E_1 = k_c \cdot \frac{|Q_1|}{r^2} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{16 \cdot 10^{-6}}{(2 \cdot 10^{-2})^2} = \frac{9 \cdot 4 \cdot 10^3}{4 \cdot 10^{-4}}$$

$$\Rightarrow E_1 = 9 \cdot 10^7 \text{ N/C}$$

Γ2) Στο σημείο K τοποθετούμε σημειακό φορτίο $Q_2 = -3 \mu\text{C}$. Να υπολογίσετε το μέτρο της δύναμης που θα δεχθεί το σημειακό φορτίο από το πεδίο.

(5 μονάδες)

$$F_c = k_c \cdot \frac{|Q_1| \cdot |Q_2|}{r^2} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{4 \cdot 10^{-6} \cdot 3 \cdot 10^{-6}}{(2 \cdot 10^{-2})^2} = \frac{9 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 10^{-3}}{4 \cdot 10^{-4}} \Rightarrow F_c = 270 \text{ N}$$

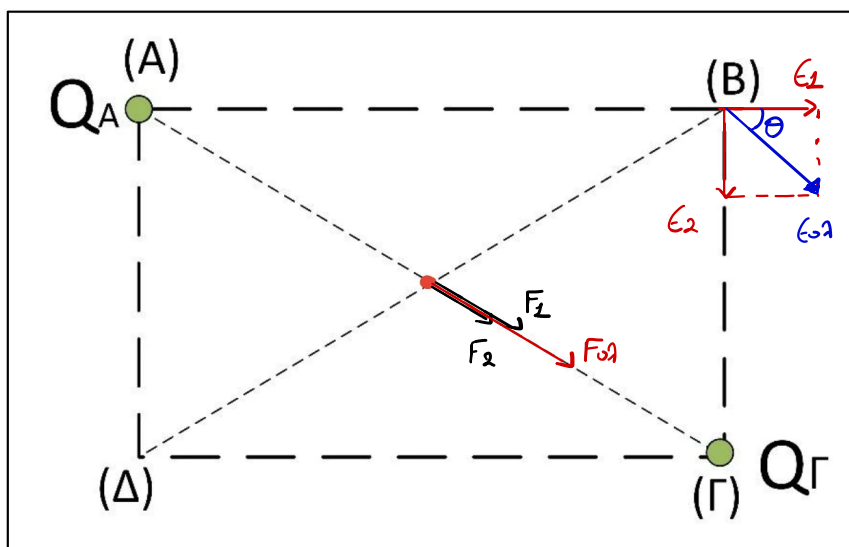
Τοποθετούμε στη συνέχεια δύο νέα φορτία $Q_A = 64 \mu\text{C}$ και $Q_\Gamma = -36 \mu\text{C}$ στις απέναντι κορυφές ενός ορθογωνίου, όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα. Αν $(AB) = 8 \text{ cm}$ και $(B\Gamma) = 6 \text{ cm}$, να βρεθεί:

Γ3. Η συνολική δύναμη που θα δεχτεί φορτίο $q = 25 \mu\text{C}$, αν τοποθετηθεί στο σημείο τομής των διαγωνίων.

(6 μονάδες)

Γ4. Η συνολική ένταση (μέτρο + κατεύθυνση) που δημιουργούν τα δύο φορτία στην κορυφή B.

(7 μονάδες)



Δίνεται : $K_c = 9 \cdot 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2$.

$$F_1 = k_c \cdot \frac{|Q_A| \cdot |q|}{(A\Gamma/2)^2} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{64 \cdot 10^{-6} \cdot 25 \cdot 10^{-6}}{(5 \cdot 10^{-2})^2} = \frac{9 \cdot 64 \cdot 25 \cdot 10^{-3}}{25 \cdot 10^{-4}} = 5760 \text{ N}$$

$$F_2 = k_c \cdot \frac{|Q_\Gamma| \cdot |q|}{(A\Gamma/2)^2} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{36 \cdot 10^{-6} \cdot 25 \cdot 10^{-6}}{(5 \cdot 10^{-2})^2} = \frac{9 \cdot 36 \cdot 25 \cdot 10^{-3}}{25 \cdot 10^{-4}} = 3240 \text{ N}$$

$$F_{\text{ολ}} = F_1 + F_2 = 5760 + 3240 \Rightarrow F_{\text{ολ}} = 9000 \text{ N}$$

$$\Gamma 5) \epsilon_1 = k_c \cdot \frac{|Q_1|}{(AB)^2} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{64 \cdot 10^{-6}}{(8 \cdot 10^{-2})^2} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{64 \cdot 10^{-6}}{64 \cdot 10^{-4}} \Rightarrow \epsilon_1 = 9 \cdot 10^7 \text{ N/C}$$

$$\epsilon_2 = k_c \cdot \frac{|Q_2|}{(BG)^2} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{36 \cdot 10^{-6}}{(6 \cdot 10^{-2})^2} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{36 \cdot 10^{-6}}{36 \cdot 10^{-4}} \Rightarrow \epsilon_2 = 9 \cdot 10^7 \text{ N/C} = \epsilon_1$$

$$\epsilon_{\alpha} = \sqrt{\epsilon_1^2 + \epsilon_2^2} = \sqrt{\epsilon_1^2 + \epsilon_1^2} = \sqrt{2 \cdot \epsilon_1^2} = \epsilon_1 \cdot \sqrt{2} \Rightarrow \epsilon_{\alpha} = 9\sqrt{2} \cdot 10^7 \text{ N/C}$$

$$\text{Κατεύθυνση: } \epsilon_{\varphi} \cdot \theta = \frac{\epsilon_2}{\epsilon_1} = 1 \Rightarrow \theta = 45^\circ$$

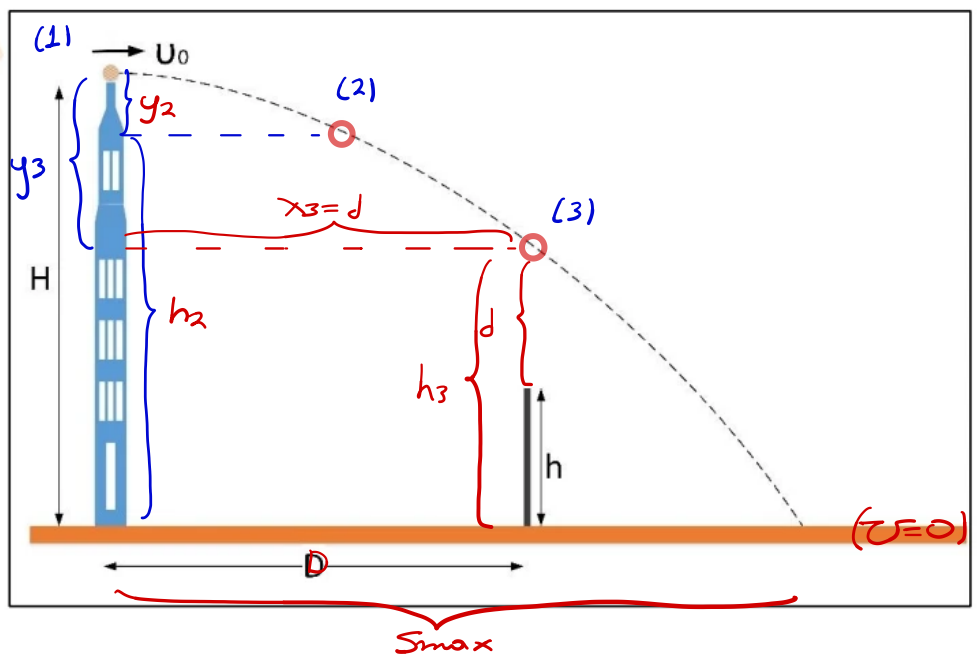
Θέμα Δ

ΘΕΜΑ Δ

Μια μπάλα $m=2 \text{ kg}$ εκτοξεύεται οριζόντια, από την ταράτσα μιας πολυκατοικίας ύψους $H=80 \text{ m}$, με αρχική ταχύτητα $u_0=30 \text{ m/s}$. Σε οριζόντια απόσταση $D=60 \text{ m}$ από την πολυκατοικία βρίσκεται ένας κατακόρυφος στύλος που στηρίζεται στο έδαφος, ο οποίος έχει ύψος $h=35 \text{ m}$.

Να υπολογιστεί:

Δ1) Ο χρόνος πτώσης μέχρι το έδαφος και το βεληνεκές της μπάλας.



(3+3 μονάδες)

$$y = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t_{\epsilon\sigma}^2 \xrightarrow{y=H} t_{\epsilon\sigma} = \sqrt{\frac{2 \cdot H}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 80}{10}} \Rightarrow t_{\epsilon\sigma} = \sqrt{16} = 4 \text{ s}$$

$$S_{\max} = u_0 \cdot t_{\epsilon\sigma} = 30 \cdot 4 \Rightarrow S_{\max} = 120 \text{ m}$$

Δ2) Την ταχύτητα της μπάλας, ελάχιστα πριν ακουμπήσει το έδαφος.

(4 μονάδες)

$$\left. \begin{array}{l} u_x = u_0 = 30 \text{ m/s} \\ u_y = g \cdot t_{\epsilon\sigma} = 40 \text{ m/s} \end{array} \right\} \Rightarrow u = \sqrt{u_x^2 + u_y^2} = \sqrt{30^2 + 40^2} \Rightarrow u = 50 \text{ m/s}$$

$$\text{Κατεύθυνση: } \epsilon_{\varphi} \cdot \theta = \frac{u_y}{u_x} = \frac{4}{3}$$

Δ3) Η εξίσωση τροχιάς της κίνησης (με απόδειξη).

(4 μονάδες)

$$x = u_0 \cdot t \Rightarrow t = \frac{x}{u_0}$$

$$y = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 = \frac{1}{2} \cdot g \cdot \left(\frac{x}{u_0}\right)^2 \Rightarrow y = \frac{g}{2u_0^2} \cdot x^2 \Rightarrow y = \frac{10}{2 \cdot 30^2} \cdot x^2 \Rightarrow y = \frac{x^2}{180}$$

Δ4) Η χρονική στιγμή που η κινητική ενέργεια του σώματος είναι τετραπλάσια της δυναμικής.
(4 μονάδες)

Έστω ότι στη θέση (2), $K_2 = 4 \cdot U_2$

Α.Δ.Μ.Ε. (1→2)

$$K_1 + U_1 = K_2 + U_2 \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_0^2 + m \cdot g \cdot H = 4 U_2 + U_2$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 30^2 + 2 \cdot 10 \cdot 80 = 5 \cdot m \cdot g \cdot h_2$$

$$\Rightarrow 900 + 1600 = 5 \cdot 2 \cdot 10 \cdot h_2 \Rightarrow 2500 = 100 \cdot h_2$$

$$\Rightarrow h_2 = 25 \text{ m} \rightarrow y_2 = H - h_2 = 80 - 25 = 55 \text{ m}$$

$$\rightarrow y_2 = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2 \cdot y}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 55}{10}} \Rightarrow t = \sqrt{11} \text{ s}$$

Δ5) Η κατακόρυφη απόσταση από τον στύλο, όταν βρίσκεται ακριβώς πάνω από αυτόν (στην ίδια κατακόρυφο).
(4 μονάδες)

Στη θέση (3): $x_3 = d = 60 \text{ m}$

$$x_3 = v_0 \cdot t \Rightarrow t = \frac{x_3}{v_0} = \frac{60}{30} = 2 \text{ s}$$

$$y_3 = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 2^2 = 20 \text{ m} \rightarrow h_3 = H - y_3 = 60 \text{ m}$$

Άρα: $d = h_3 - h = 25 \text{ m}$

Δ6) Η νέα αρχική ταχύτητα με v'_0 με την οποία θα έπρεπε να εκτοξευτεί η μπάλα, ώστε να περάσει εφαπτομενικά από τον στύλο.
(3 μονάδες)

Η κατακόρυφη απόσταση που θα έχει διανύσει:

$$y = H - h = 80 - 35 = 45 \text{ m}$$

$$y = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2 \cdot y}{g}} = 3 \text{ s}$$

Άρα: $D = v'_0 \cdot t \Rightarrow 60 = v'_0 \cdot 3 \Rightarrow v'_0 = 20 \text{ m/s}$