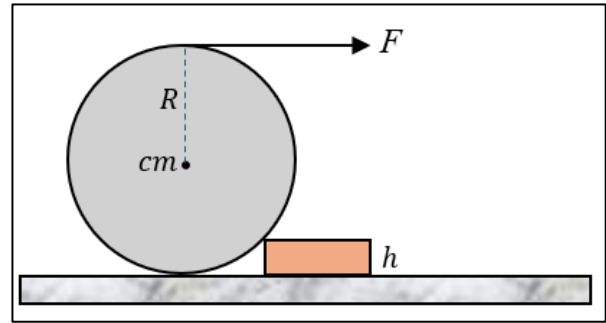


ΘΕΜΑ Β

B1. Ο τροχός του διπλανού σχήματος έχει ακτίνα R , βάρος \vec{w} και θέλουμε να υπερπηδήσει σκαλοπάτι ύψους $h = R/5$. Για να υπερπηδήσει ο τροχός το σκαλοπάτι, χωρίς να γλιστράει σε αυτό, ασκείται οριζόντια δύναμη \vec{F} εφαπτομενικά στην περιφέρεια, όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα. Το μέτρο της δύναμης πρέπει να έχει τιμές:



α) $F > \frac{W}{4}$

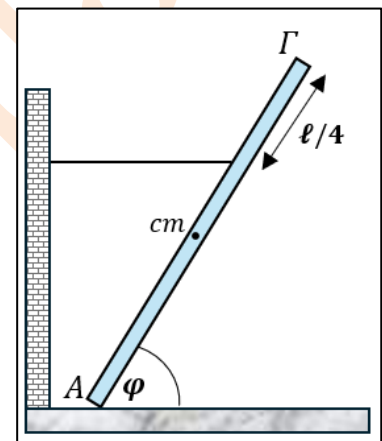
β) $F > \frac{W}{3}$

γ) $F > \frac{3w}{10}$

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

(2+6 μονάδες)

B2. Η ομογενής δοκός ΑΓ του διπλανού σχήματος έχει μήκος ℓ , βάρος w και ισορροπεί οριακά πάνω σε οριζόντιο επίπεδο με τη βοήθεια μη ελαστικού αβαρούς νήματος. Η δοκός σχηματίζει με το επίπεδο γωνία $\varphi = 53^\circ$. Το νήμα είναι παράλληλο στο οριζόντιο επίπεδο και έχει δεθεί στη δοκό σε απόσταση $\ell/4$ από το άκρο Γ. Το άλλο άκρο του νήματος είναι στερεωμένο σε κατακόρυφο τοίχο. Ο συντελεστής στατικής τριβής μεταξύ δοκού και οριζοντίου επιπέδου είναι:



α) $\mu = 1/2$

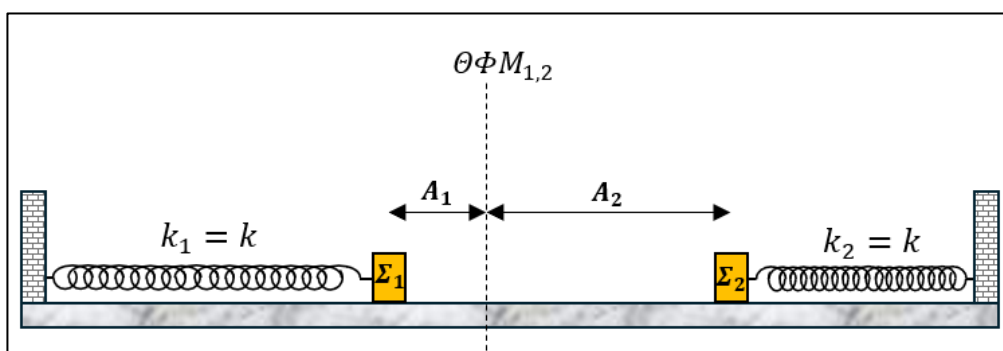
β) $\mu = 8/9$

γ) $\mu = 1/4$

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

(2+6 μονάδες)

B3. Δύο ιδανικά ελατήρια έχουν το ίδιο μήκος και την ίδια σταθερά ($k_1 = k_2 = k$). Τα άκρα των ελατηρίων στερεώνονται σε κατακόρυφους τοίχους, ενώ τα ελεύθερα άκρα τους εφάπτονται έχοντας κοινή θέση φυσικού μήκους ($\theta\Phi M_{1,2}$). Στο ελεύθερο άκρο του ελατηρίου με σταθερά k_1 στερεώνεται σώμα Σ_1 μάζας $m_1 = m$, ενώ στο ελεύθερο άκρο του ελατηρίου με σταθερά k_2 στερεώνεται σώμα Σ_2 μάζας $m_2 = m/2$. Τα σώματα είναι τοποθετημένα πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο και θεωρούνται υλικά σημεία. Μετακινούμε προς τα αριστερά το σώμα Σ_1 συσπειρώνοντας το ελατήριο κατά $A_1 = A$ και ταυτόχρονα μετακινούμε προς τα δεξιά το σώμα Σ_2 συσπειρώνοντας το ελατήριο κατά $A_2 = 2\sqrt{2}A$, όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα.



Αφήνουμε κατάλληλες χρονικές στιγμές τα σώματα ελεύθερα να κινηθούν έτσι ώστε να συγκρουστούν πλαστικά στη θέση του φυσικού τους μήκους ($\theta\Phi M_{1,2}$).

I. Να αποδείξετε ότι το σύστημα ελατήρια – συσσωμάτωμα μετά την κρούση εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση και να υπολογίσετε τη σταθερά επαναφοράς. **(3 μονάδες)**

II. Το πλάτος ταλάντωσης του συσσωματώματος είναι:

α) $A' = \frac{2\sqrt{3}}{3} A$

β) $A' = \frac{\sqrt{3}}{3} A$

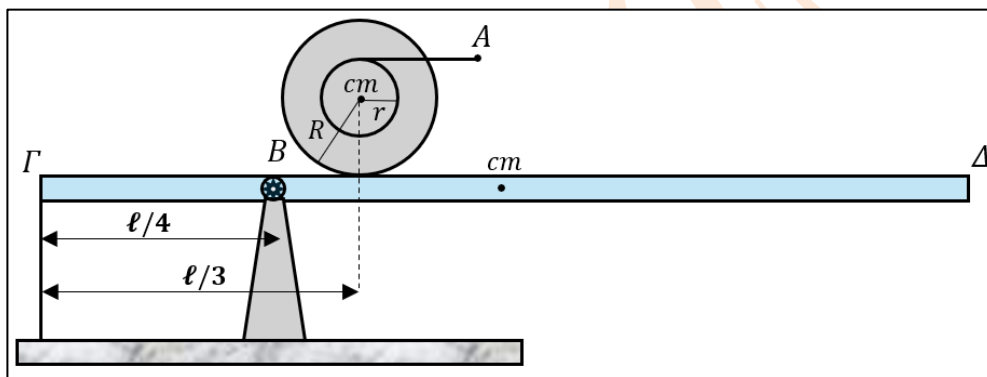
γ) $A' = \sqrt{3} A$

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

(1+5 μονάδες)

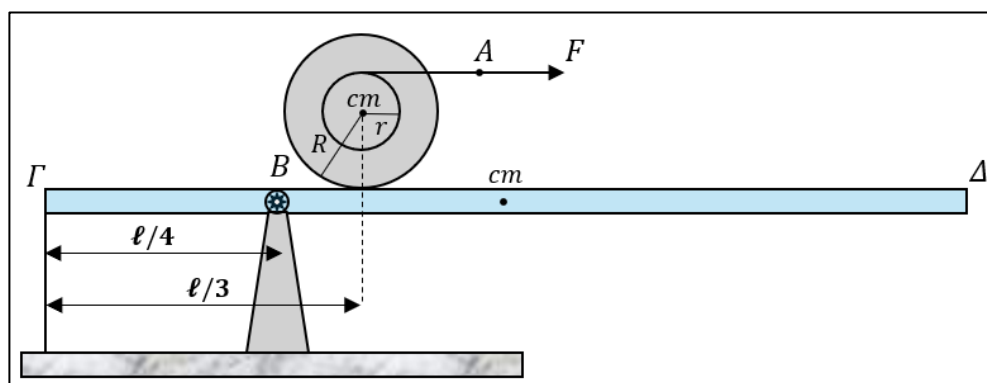
ΘΕΜΑ Γ

Η ομογενής δοκός ΓΔ του παρακάτω σχήματος έχει μήκος $\ell = 1,2m$, μάζα $M = 8Kg$ και ισορροπεί σε οριζόντια θέση με τη βοήθεια κατακόρυφου νήματος και άρθρωσης. Το νήμα είναι δεμένο στο άκρο Γ της δοκού και στο οριζόντιο επίπεδο. Η άρθρωση βρίσκεται στο σημείο Β της δοκού που απέχει απόσταση $\ell/4$ από το άκρο Γ. Πάνω στη δοκό σε απόσταση $\ell/3$ από το άκρο Γ είναι τοποθετημένος με το επίπεδό του κατακόρυφο, ένας ακίνητος ομογενής δίσκος μάζας $m = 6Kg$ και ακτίνας $R = 0,4m$. Ο δίσκος συμμετρικά ως προς το κέντρο μάζας του έχει ένα αβαρές αυλάκι ακτίνας $r = 0,2m$ στο οποίο είναι τυλιγμένο πολλές φορές αβαρές μη ελαστικό νήμα.



Γ1. Στην κατάσταση ισορροπίας του συστήματος δοκός – δίσκος να υπολογίσετε την τάση του νήματος και τη δύναμη που δέχεται η δοκός από την άρθρωση. **(4+3 μονάδες)**

Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ στο άκρο Α του νήματος ασκείται σταθερή οριζόντια δύναμη \vec{F} οπότε ο δίσκος αρχίζει να κινείται πάνω στη δοκό, χωρίς τριβή, εκτελώντας κύλιση χωρίς ολίσθηση με γωνιακή επιτάχυνση μέτρου $\alpha_{\omega\omega} = 0,75 \text{ rad/s}^2$.



Γ2. Τη χρονική στιγμή $t = 2s$ να βρείτε:

- α) την ταχύτητα του σημείου Α στο άκρο του νήματος, (3 μονάδες)
β) το μήκος του νήματος που έχει ξετυλιχθεί από την περιφέρεια του αυλακιού. (3 μονάδες)

Τη χρονική στιγμή $t = 2s$ κόβεται το νήμα που συνδέει τη δοκό με το οριζόντιο επίπεδο.

Γ3. Να υπολογίσετε το όριο θραύσης του νήματος. (6 μονάδες)

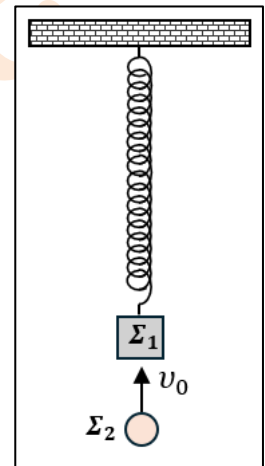
Γ4. Να βρείτε πως μεταβάλλεται η δύναμη που δέχεται η δοκός από την άρθρωση σε συνάρτηση με την απόσταση που διανύει το κέντρο μάζας του δίσκου ($F_B = f(x_{cm})$), από την αρχική θέση τοποθέτησης και μέχρι τη στιγμή που κόβεται το νήμα. Να σχεδιάσετε την αντίστοιχη γραφική παράσταση σε βαθμολογημένους άξονες. (5+1 μονάδες)

Δίνεται $g = 10 \text{ m/s}^2$.

ΘΕΜΑ Δ

Σώμα Σ_1 μάζας $m_1 = 1\text{Kg}$ ισορροπεί δεμένο στο άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k = 50 \text{ N/m}$, το άλλο άκρο του οποίου έχει στερεωθεί ακλόνητα σε οροφή. Μια σφαίρα Σ_2 μάζας $m_2 = 1\text{Kg}$ κινείται κατακόρυφα προς τα πάνω και συγκρούεται κεντρικά και πλαστικά με το σώμα Σ_1 . Η σφαίρα ελάχιστα πριν την κρούση έχει μέτρο ταχύτητας v_0 .

Το συσσωμάτωμα που δημιουργείται αμέσως μετά την κρούση εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με σταθερά επαναφοράς $D = k$ και πλάτος $A = 0,4\text{m}$. Χρονική στιγμή $t = 0$ θεωρείται η στιγμή που το συσσωμάτωμα ακινητοποιείται για πρώτη φορά και θετικά του άξονα της ταλάντωσης προς τα πάνω.



Δ1. Να γράψετε την εξίσωση που περιγράφει πως μεταβάλλεται η κινητική ενέργεια του συσσωματώματος σε συνάρτηση με τον χρόνο ($K = f(t)$) και να σχεδιάσετε την αντίστοιχη γραφική παράσταση στη χρονική διάρκεια της πρώτης περιόδου. (3+1 μονάδες)

Δ2. Να βρείτε:

- α) την ταχύτητα του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση. (6 μονάδες)
β) την απώλεια της κινητικής ενέργειας του συστήματος κατά την κρούση. (3 μονάδες)
γ) τη χρονική στιγμή που η ταχύτητα του συσσωματώματος έχει μέγιστο μέτρο για δεύτερη φορά μετά τη χρονική στιγμή $t = 0$. (3 μονάδες)
δ) το μέγιστο μέτρο της δύναμης που ασκεί το ελατήριο στο συσσωμάτωμα. (3 μονάδες)

Σε μια άλλη περίπτωση η σφαίρα Σ_2 κινούμενη κατακόρυφα προς τα πάνω, ελάχιστα πριν την κρούση έχει μέτρο ταχύτητας $v > v_0$ και συγκρούεται πάλι κεντρικά και πλαστικά με το σώμα Σ_1 το οποίο είναι ακίνητο στο άκρο του ελατηρίου. Το συσσωμάτωμα εκτελεί νέα απλή αρμονική ταλάντωση και το έργο της δύναμης του ελατηρίου για τη μετακίνησή του από την άνω ακραία θέση στην κάτω ακραία θέση είναι -24J .

Δ3. Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας v της σφαίρας ελάχιστα πριν την κρούση. (6 μονάδες)

Δίνεται $g = 10 \text{ m/s}^2$. Η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα.

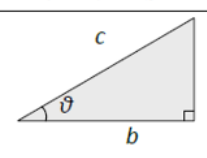
| ΤΡΙΓΩΝΟΜΕΤΡΙΚΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ | | | | | | | |
|---------------------------|-----------|--------------|------------|--------------|------------|--------------|------------|
| θ | 0° | 30° | 37° | 45° | 53° | 60° | 90° |
| $\eta\mu\theta$ | 0 | $1/2$ | $3/5$ | $\sqrt{2}/2$ | $4/5$ | $\sqrt{3}/2$ | 1 |
| $\sigma\upsilon\nu\theta$ | 1 | $\sqrt{3}/2$ | $4/5$ | $\sqrt{2}/2$ | $3/5$ | $1/2$ | 0 |
| $\epsilon\varphi\theta$ | 0 | $\sqrt{3}/3$ | $3/4$ | 1 | $4/3$ | $\sqrt{3}$ | - |

| ΤΑΛΑΝΤΩΣΕΙΣ ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΑ ΚΥΜΑΤΑ | |
|---|---|
| $x = A\eta\mu(\omega t + \varphi)$ $v = \omega A\sigma\upsilon\nu(\omega t + \varphi)$ $a = -\omega^2 A\eta\mu(\omega t + \varphi)$ $F = -Dx$ $U = \frac{1}{2}Dx^2$ $F = -bv$ $A = A_0 e^{-\lambda t}$ $v = \lambda f$ $y = A\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T} \pm \frac{x}{\lambda}\right)$ $y = 2A\sigma\upsilon\nu \frac{2\pi x}{\lambda} \eta\mu \frac{2\pi t}{T}$ | A: πλάτος x: απομάκρυνση v: ταχύτητα a: επιτάχυνση ω : γωνιακή συχνότητα φ : αρχική φάση f: συχνότητα K ή k: σταθερά ελατηρίου D: σταθερά επαναφοράς T: περίοδος b: σταθερά απόσβεσης λ: μήκος κύματος T: περίοδος U: δυναμική ενέργεια y: απομάκρυνση |

| ΚΡΟΥΣΕΙΣ- ΜΗΧΑΝΙΚΗ ΣΤΕΡΕΟΥ ΣΩΜΑΤΟΣ | |
|---|--|
| $v = v_0 + at$ $x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2$ $v^2 = v_0^2 + 2a(x - x_0)$ $v_1' = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}v_1$ | a: επιτάχυνση E: ενέργεια f: συχνότητα F: δύναμη T _{ολ} : τριβή ολίσθησης N: κάθετη δύναμη K: κινητική ενέργεια |

| | |
|---|--|
| $v_2' = \frac{2m_1}{m_1 + m_2}v_1$ $\Sigma \vec{F} = m\vec{a} = \frac{d\vec{p}}{dt}$ $T_{ολ} = \mu N$ $K = \frac{1}{2}mv^2$ $p = mv$ $v = \frac{ds}{dt}$ $a_k = \frac{v^2}{r}$ $\omega = \frac{d\theta}{dt} = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$ $T = \frac{1}{f}$ $v_{cm} = \omega R$ $\alpha_{γων} = \frac{d\omega}{dt}$ $a_{cm} = a_{γων} R$ $\tau = Fl = Fd$ $L = mvr$ $\Sigma \tau_{εξ} = \frac{dL}{dt}$ | L: στροφορμή l, d: μήκος ή απόσταση m: μάζα p: ορμή R ή r: ακτίνα s: τόξο ή διάστημα T: περίοδος V: όγκος v: ταχύτητα W: έργο x, y: θέση Δx: μετατόπιση α _{γων} : γωνιακή επιτάχυνση μ: συντελεστής τριβής θ: γωνία ρ: πυκνότητα τ: ροπή ω: γωνιακή ταχύτητα |
|---|--|

| ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ - ΤΡΙΓΩΝΟΜΕΤΡΙΑ |
|--|
| Εμβαδόν παραλληλογράμμου: $A = \theta v$ |
| Περίμετρος κύκλου: $C = 2\pi r$ |
| Εμβαδόν κύκλου: $A = \pi r^2$ |
| Εμβαδόν σφαίρας: $A = 4\pi r^2$ |
| Όγκος σφαίρας: $V = \frac{4}{3}\pi r^3$ |
| Μήκος τόξου κύκλου $s = R\theta$ |
| $\eta\mu\alpha + \eta\mu\beta = 2\sigma\upsilon\nu\left(\frac{\alpha - \beta}{2}\right)\eta\mu\left(\frac{\alpha + \beta}{2}\right)$ |

| ΟΡΘΟΓΩΝΙΟ ΤΡΙΓΩΝΟ |
|---|
| $\eta\mu\theta = \frac{a}{c}$, $\sigma\upsilon\nu\theta = \frac{b}{c}$ |
| $\epsilon\varphi\theta = \frac{a}{b}$ |
| $c^2 = a^2 + b^2$ |
|  |

ΜΟΝΑΔΕΣ, ΣΥΜΒΟΛΑ

| | | | |
|-----------------|-----------|------------|--------------------|
| μέτρο, m | χέρτζ, Hz | τζούλ, J | ηλεκτρονιοβόλτ, eV |
| χιλιόγραμμα, kg | τέσλα, T | νιούτον, N | κέλβιν, K |
| δευτερόλεπτο, s | χένρι, H | βόλτ, V | βάτ, W |
| αμπέρ, A | ομ, Ω | κουλόμπ, C | ακτίνιο, rad |

| ΠΡΟΘΕΜΑΤΑ ΜΟΝΑΔΩΝ ΜΕΤΡΗΣΗΣ |
|----------------------------|
| 10^{12} → tera (T) |
| 10^9 → giga (G) |
| 10^6 → mega (M) |
| 10^3 → kilo (k) |
| 10^{-2} → centi (c) |
| 10^{-3} → milli (m) |
| 10^{-6} → micro (μ) |
| 10^{-9} → nano (n) |
| 10^{-12} → pico (p) |