

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ Β' ΛΥΚΕΙΟΥ

21-12-25

ΘΕΜΑ Α

A1. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιο σας τη λέξη **Σωστό** ή **Λάθος** δίπλα στον αριθμό που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση.

- 1) Συντελεστής διεύθυνσης μιας ευθείας (ϵ) είναι η εφαπτομένη της γωνίας που σχηματίζει η ευθεία (ϵ) με τον άξονα $x'x$.
- 2) Η απόσταση της ευθείας $y=x+1$ από την αρχή των αξόνων είναι ίση με 1.
- 3) Δύο ευθείες παράλληλες προς τα διανύσματα $\vec{\delta}_1 = (A, B)$ και $\vec{\delta}_2 = (-B, A)$ αντίστοιχα είναι μεταξύ τους παράλληλες.
- 4) Η απόσταση $d(M_0, \epsilon)$ του σημείου $M_0(x_0, y_0)$ από την ευθεία (ϵ): $Ax + By + \Gamma = 0$ επαληθεύει την ισότητα $|Ax_0 + By_0 + \Gamma| = d(M_0, \epsilon)\sqrt{A^2 + B^2}$.
- 5) Το εμβαδόν ενός τριγώνου $AB\Gamma$ είναι ίσο με την ορίζουσα $\det(\vec{AB}, \vec{A\Gamma})$.

Μονάδες: 10

A2. Έστω δυο μη μηδενικά διανύσματα $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$. Να αποδείξετε ότι :

$$\vec{\alpha}\vec{\beta} = \frac{1}{4}|\vec{\alpha} + \vec{\beta}|^2 - \frac{1}{4}|\vec{\alpha} - \vec{\beta}|^2.$$

Μονάδες: 5

A3. Δίνεται η ευθεία (ϵ): $2x - 3y + 6 = 0$.

- 1) Να σχεδιάσετε την ευθεία (ϵ).
- 2) Να βρείτε το εμβαδόν του τριγώνου που σχηματίζει η ευθεία (ϵ) με τους άξονες.

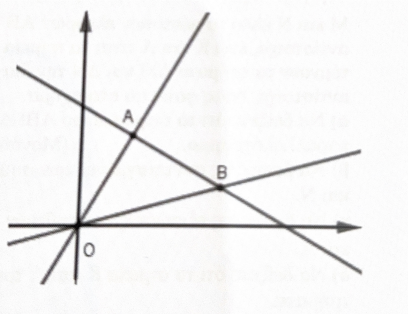
Μονάδες: 5

A4. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας η οποία διέρχεται από το σημείο τομής των ευθειών $3x + 2y + 4 = 0$ και $5x + 3y + 5 = 0$ και είναι κάθετη στην ευθεία $2x - 5y - 15 = 0$.

Μονάδες: 5

ΘΕΜΑ Β

B1. Στο παρακάτω σχήμα δίνονται τα σημεία $O(0,0)$, $A(1,\sqrt{3})$, $B(\sqrt{3} + 1, \sqrt{3} - 1)$.



- 1) Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας OA καθώς και τη γωνία ω που σχηματίζει με τον άξονα $x'x$.
- 2) Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας AB .
- 3) Να δείξετε ότι το τρίγωνο OAB είναι ορθογώνιο και ισοσκελές με $\hat{A} = 90^\circ$.
- 4) Να δείξετε ότι $\epsilon\phi 15^\circ = \frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}+1}$.

Μονάδες: 5-3-6-5

B2. Δίνονται οι ευθείες $(\epsilon_1): kx - y + 1 = 0$ και $(\epsilon_2): (k + 1)x - (1 - k)y + 4 = 0$.

- 1) Να βρείτε δύο διανύσματα $\vec{\delta}_1, \vec{\delta}_2$ παράλληλα στις ευθείες ϵ_1 και ϵ_2 αντίστοιχα.
- 2) Να βρείτε την οξεία γωνία που σχηματίζουν οι ευθείες ϵ_1 και ϵ_2 .

Μονάδες: 2-4

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιό σας τη λέξη Σωστό ή Λάθος δίπλα στον αριθμό που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση.

- 1) Για κάθε γωνία ω ισχύει: $-1 \leq \epsilon\omega \leq 1$
- 2) Ισχύει: $\eta\mu(\pi - 3x) = \eta\mu 3x$
- 3) Ισχύει: $\epsilon\omega \cdot \sigma\omega = 1$
- 4) Για τις γωνίες ϕ και ω ισχύει πάντα: $\eta\mu^2\phi + \sigma\omega^2 = 1$
- 5) Για μια γωνία α ισχύει: $-\sigma\alpha = \sigma(\pi - \alpha)$

Γ2. Να αποδείξετε ότι $\sigma\omega^2 = \frac{1}{1 + \epsilon\phi^2\omega}$.

Γ3. Να λυθούν οι εξισώσεις:

- 1) $\eta\mu^3x - 3\eta\mu x + 2 = 0$
- 2) $\sigma\phi x \cdot (\epsilon\phi^2x - 3) \cdot (2\sigma\phi x + 1) = 0$

Μονάδες: 10-5-10 (5-5)

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Να αποδείξετε ότι:
$$\frac{\sigma\omega(2\pi + \theta) \sigma\omega\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right) \epsilon\phi(\pi - \theta)}{\eta\mu(\pi + \theta) \sigma\phi\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right) \sigma\omega(-\theta)} = 1$$

Δ2. Δίνεται η συνάρτηση: $f(x) = \frac{1}{2} \sigma\omega 2x$.

- 1) Να βρεθεί η μέγιστη και ελάχιστη τιμή της καθώς και η περίοδός της.
- 2) Να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της συνάρτησης σε διάστημα πλάτους μιας περιόδου.
- 3) Να εξετάσετε αν η συνάρτηση μπορεί να πάρει την τιμή 1 και να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

Δ3. Να διατάξετε τους παρακάτω αριθμούς κατά αύξουσα σειρά (δηλαδή από τον μικρότερο προς τον μεγαλύτερο):

$$\sigma\omega \frac{\pi}{6}, \quad \sigma\omega \frac{\pi}{4}, \quad \sigma\omega \frac{17\pi}{10}$$

Μονάδες: 5-15(5-5-5)-5

Σας ευχόμαστε επιτυχία!