

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΑΛΓΕΒΡΑΣ Α' ΛΥΚΕΙΟΥ

05/01/2026

ΘΕΜΑ Α

A. Να γίνει η λύση και διερεύνηση της εξίσωσης $ax + \beta = 0$, $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$. (μονάδες 10)

B. Να χαρακτηρίσετε τις επόμενες προτάσεις ως σωστές ή λάθος

i) Για κάθε πραγματικό αριθμό α ισχύει $|\alpha| > 0$

ii) Ισχύει $(\alpha + 1)^0 = 1$, $\alpha \in \mathbb{R}$.

iii) Η εξίσωση $x^5 + 2 = 0$ έχει μοναδική λύση

iv) Αν $\alpha + \gamma < \beta + \delta$ τότε $\alpha < \beta$ και $\gamma < \delta$.

v) Ισχύει ότι $\sqrt[4]{\alpha^{12}} = |\alpha|^3$.

(μονάδες 10)

Γ. Να δώσετε τον ορισμό της απόλυτης τιμής ενός πραγματικού αριθμού α . (μονάδες 5)

ΘΕΜΑ Β

A. Δίνεται η εξίσωση $(|\alpha - 1| - 3)x = \alpha + 2$ (1)

i) Να λύσετε την παραπάνω εξίσωση για $\alpha = 0$ και $\alpha = 5$.

ii) Να βρείτε για ποιες τιμές του α ισχύει $|\alpha - 1| = 3$.

iii) Να λύσετε την εξίσωση (1) για τις τιμές του α που βρήκατε στο ii ερώτημα.

B. Δίνεται η παράσταση $A = |x - 1| - |x - 2|$.

i) Για $1 < x < 2$, να δείξετε ότι $A = 2x - 3$

ii) Για $x < 1$, να δείξετε ότι η παράσταση A είναι ανεξάρτητη του x , την οποία και να βρείτε.

(5 x 5 μονάδες)

ΘΕΜΑ Γ

A. Αφού δείξετε ότι $\sqrt{5} > 2$, να γράψετε την παράσταση $A = \sqrt{9 - 4\sqrt{5}}$, χωρίς το σύμβολο της ρίζας.

(5 μονάδες)

B. Να λύσετε τις παρακάτω εξισώσεις

i) $2|x - 3| - 5|3 - x| + 3 = 0$.

ii) $\left| |x+1| + |x-2| \right| - 3 = |-x-1|$.

iii) $\sqrt{(x^5 + 32)} + \left| x + \sqrt[3]{3 + \sqrt{30 - \sqrt{20 + \sqrt{23 + \sqrt[3]{8}}}}} \right| + |x^3 + 2x^2| = 0$.

iv) $(x-1)^4 - 27(x-1) = 0$

v) $(|x-3|-2)^4 = 81$

(5 x 4 μονάδες)

ΘΕΜΑ Δ

A. Να αποδείξετε ότι i) $x^2 + x + 1 \geq \frac{3}{4}$ ii) $x^2 - x + 1 \geq \frac{3}{4}$.

Στη συνέχεια να εξετάσετε πότε ισχύουν οι ισότητες.

(8 μονάδες)

B. Να δείξετε ότι $(x^2 + x + 1)(x^2 - x + 1) > \frac{9}{16}$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$.

(7 μονάδες)

Γ. Δίνεται η παράσταση $K = \frac{(x^3 - 1)(x^3 + 1)}{x^2 - 1}$.

i) Να βρείτε για ποιες τιμές ορίζεται η παράσταση K

(5 μονάδες)

ii) Με τη βοήθεια του Β ερωτήματος ή με όποιο τρόπο θέλετε, να εξετάσετε αν η παράσταση K

μπορεί να πάρει την τιμή $\frac{9}{16}$

(5 μονάδες)