

1. ☒ Ζωγράφου: Ι. Χρυσίππου 1, ☎ 210 7488030 & ΙΙ. Ξηρογιάννη 10, ☎ 210 7488180
2. ☒ Χολαργός: Φανερωμένης 13, ☎ 210 6536551
3. ☒ Αγία Παρασκευή: Ευεργέτου Γιαβάση 9, πλατεία Αγ. Παρασκευής, ☎ 210 6000031

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΣΤΗΝ ΑΛΓΕΒΡΑ Α' ΛΥΚΕΙΟΥ

8-2-2026

ΘΕΜΑ 1

A) Δίνεται η εξίσωση $ax^2+bx+\gamma=0$, με $a \neq 0$ και με x_1, x_2 , δύο ρίζες πραγματικές.

Αν $S = x_1 + x_2$, το άθροισμα των ριζών, να αποδείξετε ότι: $S = -\frac{\beta}{\alpha}$.

ΜΟΝΑΔΕΣ 10

B) Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις με Σ (σωστό) ή Λ (λάθος), αν είναι σωστές ή λανθασμένες.

i) Η εξίσωση $(\lambda-1)x=\lambda(\lambda-1)$, έχει μοναδική λύση $x=\lambda$, για κάθε $\lambda \in \mathbb{R}$.

ii) Η εξίσωση $ax^2+2x-\alpha=0$ έχει δύο ρίζες άνισες για κάθε $\alpha \in \mathbb{R}$.

iii) Αν $S = x_1 + x_2$, το άθροισμα των ριζών και $P = x_1 \cdot x_2$, το γινόμενο των ριζών, της εξίσωσης $ax^2+bx+\gamma=0$, με $a \neq 0$ και $\Delta > 0$, τότε η εξίσωση γράφεται: $ax^2-S \cdot x+P=0$.

iv) Αν $\alpha \geq 0$ και $\beta \geq 0$, ισχύει $\sqrt{\alpha^2 + \beta^2} = \alpha + \beta$

v) Αν $\alpha \cdot \beta \geq 0$, τότε $|\alpha|+|\beta| = |\alpha + \beta|$

ΜΟΝΑΔΕΣ 5

Γ. Σε καθεμία από τις επόμενες ερωτήσεις να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

α) Αν η εξίσωση $\lambda x^2-(\lambda-1)x+\lambda-2=0$, έχει ρίζα το 0, τότε ο λ είναι ίσος με:

i) 0 ii) 1 iii) 2

β) Η εξίσωση $x^5 = -32$

i) έχει ρίζα το 2 ii) είναι αδύνατη iii) έχει ρίζα το -2 iv) έχει ρίζες -2,+2.

γ) Η εξίσωση $(\lambda-1)x-2\lambda = -2$, είναι ταυτότητα αν και μόνο αν: i) $\lambda=2$ ii) $\lambda=-1$ iii) $\lambda=1$ iv) $\lambda \neq 1$.

δ) Η εξίσωση $|x-2| \cdot |x| + |x-2| = 0$

i) είναι αδύνατη ii) έχει μοναδική λύση τον αριθμό 2

iii) έχει λύσεις τους αριθμούς -1, +1, 2

iv) έχει λύσεις τους αριθμούς -1, +1

ΜΟΝΑΔΕΣ 10

ΘΕΜΑ 2

A. Δίνεται η εξίσωση $\lambda^2 x - \lambda^2 = 9x - 3\lambda$ με παράμετρο $\lambda \in \mathbb{R}$. (1)

α) Να αποδείξετε ότι η παραπάνω εξίσωση γράφεται ισοδύναμα:

$$(\lambda^2 - 9)x = \lambda(\lambda - 3) \quad (1)$$

β) Να προσδιορίσετε τις τιμές του $\lambda \in \mathbb{R}$, ώστε η (1)

να έχει μια και μοναδική λύση.

γ) Να βρείτε την τιμή του $\lambda \in \mathbb{R}$, ώστε η μοναδική λύση της εξίσωσης (1) να ισούται με 4. **ΜΟΝΑΔΕΣ 15**

B. Δίνονται δύο πραγματικοί αριθμοί α, β τέτοιοι, ώστε:

$$\alpha + \beta = 12 \quad \text{και} \quad \alpha^2 + \beta^2 = 272.$$

α) Με τη βοήθεια της ταυτότητας $(\alpha + \beta)^2 = \alpha^2 + 2\alpha\beta + \beta^2$, να δείξετε ότι:

$$\alpha \cdot \beta = -64.$$

β) Να κατασκευάσετε μια εξίσωση 2^{ου} βαθμού που έχει ρίζες τους αριθμούς α, β

ΜΟΝΑΔΕΣ 10

ΘΕΜΑ 3

A. Να λυθούν οι παρακάτω εξισώσεις:

i) $-x(x+1)=6$

ii) $(x+3)^2 - 5|x + 3| = 6$

iii) $x^4 - 2x^2 - 8 = 0$

iv) $\frac{x+1}{x^2-1} + \frac{2}{(x-1)^2} = 0$

ΜΟΝΑΔΕΣ 10

B. Αν x_1, x_2 είναι οι ρίζες της εξίσωσης $2x^2 - 6x - 3 = 0$, χωρίς να τις βρείτε, να υπολογίσετε τις τιμές των παρακάτω παραστάσεων:

i) $x_1 + x_2$

ii) $x_1 \cdot x_2$

iii) $x_1^2 \cdot x_2 + x_1 \cdot x_2^2$

iv) $\frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1}$

v) $(x_1 - 2) \cdot (x_2 - 2)$

ΜΟΝΑΔΕΣ 15

ΘΕΜΑ 4

A. Δίνεται η εξίσωση $x^2 - 2\lambda x + 2\lambda - 1 = 0$

i) Να δείξετε ότι η παραπάνω εξίσωση έχει δύο ρίζες πραγματικές για κάθε $\lambda \in \mathbb{R}$.

ii) Για ποιες τιμές του $\lambda \in \mathbb{R}$ η εξίσωση έχει: α) μία διπλή ρίζα

β) δύο ρίζες αντίθετες γ) δύο ρίζες θετικές ;

ΜΟΝΑΔΕΣ 7-6

B. Δίνεται η δευτέρου βαθμού εξίσωση $ax^2 + bx + c = 0$ (1), με $a \neq 0$.

Αν $S = x_1 + x_2$ το άθροισμα των ριζών και $P = x_1 \cdot x_2$ το γινόμενο των ριζών της παραπάνω εξίσωσης

i) Να αποδείξετε ότι:

$$|x_1 - x_2| = \sqrt{S^2 - 4P}$$

ii) Αν ισχύει $\sqrt{S^2 - 4P} \geq \sqrt{6S - P^2 - 13}$, να αποδείξετε ότι $(S-3)^2 + (P-2)^2 \geq 0$ (2).

(Υπό τη συνθήκη πως ορίζεται το υπόρριζο του δευτέρου μέλους)

iii) Για ποιες τιμές των S, P ισχύει η ισότητα στη σχέση (2);

iv) Για τις τιμές των S και P , που βρήκατε (στο ερωτημα iii) να βρείτε τα x_1, x_2 .

ΜΟΝΑΔΕΣ 3-3-2-4

Σας ευχόμαστε επιτυχία!!!