ΛΥΣΕΙΣ

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑΤΟΣ

ΑΛΓΕΒΡΑΣ

Α΄ ΛΥΚΕΙΟΥ

8-2-2026

ΛΥΣΕΙΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑΤΟΣ
ΑΛΓΕΒΡΑΣ Α' ΛΥΚΕΙΟΥ 8/2/26

ΘΕΜΑ 1

Α) Σχολικό βιβλίο - Σελ. 90

Β) i) Λ ii) Λ iii) Λ iv) Λ v) Σ

Γ) α) iii) $\lambda = 2$

β) iii) $x = -2$

γ) iii) $\lambda = 1$

δ) ii) $x = 2$

ΘΕΜΑ 2

Α. $\lambda^2 x - \lambda^2 = 9x - 3\lambda$

α) $\lambda^2 x - \lambda^2 = 9x - 3\lambda \Leftrightarrow$
$\lambda^2 x - 9x = \lambda^2 - 3\lambda \Leftrightarrow$
$(\lambda^2 - 9)x = \lambda(\lambda - 3)$ (1)

β) (1) $\Rightarrow$ $(\lambda-3)\cdot(\lambda+3)x = \lambda(\lambda-3)$
Αν $(\lambda-3)(\lambda+3) \neq 0 \Leftrightarrow \lambda - 3 \neq 0$ και $\lambda + 3 \neq 0$
$\Leftrightarrow \lambda \neq 3$ και $\lambda \neq -3$
η εξίσωση έχει μοναδική λύση
$$x = \frac{\lambda\cancel{(\lambda-3)}}{(\lambda+3)\cancel{(\lambda-3)}} = \frac{\lambda}{\lambda+3}$$

γ) $\frac{\lambda}{\lambda+3} = 4 \Leftrightarrow \lambda = 4(\lambda+3) \Leftrightarrow$

$\lambda = 4\lambda + 12 \Leftrightarrow \lambda - 4\lambda = 12$

$\Leftrightarrow -3\lambda = 12 \Leftrightarrow \lambda = -4.$

Β) $\alpha+\beta=12$ και $\alpha^2+\beta^2 = 272$

α) $(\alpha+\beta)^2 = \alpha^2+2\alpha\beta+\beta^2$

$\Leftrightarrow 12^2 = 272 + 2\alpha\beta$

$\Leftrightarrow 144 = 272 + 2\alpha\beta$

$\Leftrightarrow 144 - 272 = 2\alpha\beta$

$\Leftrightarrow -128 = 2\alpha\beta$

$\Leftrightarrow \alpha\beta = -64$

β) $x^2 - (\alpha+\beta)\cdot x + \alpha\beta = 0$

$x^2 - 12x - 64 = 0$

ΘΕΜΑ 3

Α. i) $-x(x+1) = 6$

$\Leftrightarrow -x^2 - x = 6$

$\Leftrightarrow x^2 + x + 6 = 0$

$\Delta = 1^2 - 4\cdot1\cdot6$

$\Delta = 1 - 24$

$\Delta = -23$. Η εξίσωση δεν έχει ρίζες πραγματικές.

Είναι αδύνατη στο $\mathbb{R}$.

ii) $(x+3)^2 - 5|x+3| = 6$

$\Leftrightarrow |x+3|^2 - 5|x+3| - 6 = 0$

Θέτουμε

$|x+3| = w$

$w^2 - 5w - 6 = 0$

$\Delta = (-5)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-6)$
$\Delta = 25 + 24$
$\Delta = 49 > 0$

Άρα η εξίσωση έχει δύο ρίζες πραγματικές και άνισες.

$w_{1,2} = \dfrac{-(-5) \pm \sqrt{49}}{2} = \begin{cases} \dfrac{5+7}{2} \\ \dfrac{5-7}{2} \end{cases}$

$w_1 = 6$ ή $w_2 = -1$

Είναι $|x+3| = 6$ ή $|x+3| = -1$
$\Leftrightarrow x+3 = 6$ ή $x+3 = -6$ ΑΔΥΝΑΤΗ!!!
$\Leftrightarrow x = 3$ ή $x = -9$

iii) $x^4 - 2x^2 - 8 = 0$ Θέτουμε $x^2 = w$
$x^4 = w^2$

$w^2 - 2w - 8 = 0$

$\Delta = (-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-8)$
$\Delta = 4 + 32$
$\Delta = 36 > 0$

$w_{1,2} = \dfrac{2 \pm 6}{2} = \begin{cases} 4 \\ -2 \end{cases}$

$\longrightarrow$

Άρα έχουμε $x^2=4$ ή $x^2=-2$ Αδύνατη

$\Leftrightarrow x=\pm\sqrt{4}$

$\Leftrightarrow x=\pm 2$

iv) $$\frac{x+1}{x^2-1}+\frac{2}{(x-1)^2}=0$$

Πρέπει:

$x+1\neq 0 \Leftrightarrow x\neq -1$

Ε.Κ.Π

$(x-1)^2\neq 0 \Leftrightarrow x\neq 1$

$$\Leftrightarrow \frac{\cancel{x+1}\ 1}{(\cancel{x+1})(x-1)}+\frac{2}{(x-1)^2}=0$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{x-1}+\frac{2}{(x-1)^2}=0$$

$$\Leftrightarrow (x-1)^{\cancel{2}}\cdot\frac{1}{\cancel{x-1}}+\cancel{(x-1)^2}\cdot\frac{2}{\cancel{(x-1)^2}}=0$$

$$\Leftrightarrow x-1+2=0$$

$\Leftrightarrow x=-1$ Απορρίπτεται.

Άρα η εξίσωση είναι αδύνατη!!

ΘΕΜΑ 3

B. $2x^2-6x-3=0$ $\qquad x_1+x_2=-\dfrac{\beta}{\alpha}$

$$x_1\cdot x_2=\frac{\gamma}{\alpha}$$

i) $x_1+x_2=\dfrac{-(-6)}{2}=3$

ii) $x_1\cdot x_2=-\dfrac{3}{2}$

iii) $x_1^2x_2+x_1x_2^2=x_1x_2(x_1+x_2)$

$$=-\frac{3}{2}\cdot 3=-\frac{9}{2}$$

iv) $\overset{x_1}{\dfrac{x_1}{x_2}}+\overset{x_2}{\dfrac{x_2}{x_1}}=\dfrac{x_1^2+x_2^2}{x_1x_2}=\dfrac{(x_1+x_2)^2-2x_1x_2}{x_1x_2}$

$$=\frac{3^2-2\cdot\left(-\frac{3}{2}\right)}{-\frac{3}{2}}=\frac{9+3}{-\frac{3}{2}}=\frac{24}{-3}=-8$$

v) $(x_1-2)(x_2-2)=x_1x_2-2x_1-2x_2+4$

$$=-\frac{3}{2}-2(x_1+x_2)+4$$

$$=-\frac{3}{2}-2\cdot 3+4=-\frac{3}{2}-6+4=-\frac{3}{2}-2=-\frac{7}{2}$$

ΘΕΜΑ 4

A. $x^2-2\lambda x+2\lambda-1=0$ (1)

i)
$$\begin{aligned}\Delta &= (-2\lambda)^2-4(2\lambda-1)\\ &= 4\lambda^2-8\lambda+4\\ &= 4(\lambda^2-2\lambda+1)\\ &= 4(\lambda-1)^2 \geq 0\end{aligned}$$
, για κάθε $\lambda\in\mathbb{R}$

ii) α) Πρέπει και αρκεί

$$\Delta=0 \Leftrightarrow 4(\lambda-1)^2=0 \Leftrightarrow (\lambda-1)^2=0 \Leftrightarrow \boxed{\lambda=1}$$

β) Πρέπει:

- $\Delta>0$ ισχύει για κάθε $\lambda\in\mathbb{R}-\{1\}$

και

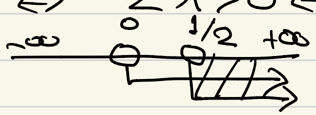
- $S=0 \Leftrightarrow 2\lambda=0 \Leftrightarrow \lambda=0$

γ) Πρέπει:

$\Delta\geq 0$, ισχύει για κάθε $\lambda\in\mathbb{R}$

$P>0 \Leftrightarrow 2\lambda-1>0 \Leftrightarrow \lambda>1/2$

$S>0 \Leftrightarrow 2\lambda>0 \Leftrightarrow \lambda>0$



Άρα
$\lambda>1/2$

ΘΕΜΑ 4

Β. $\alpha x^2+\beta x+\gamma=0 \quad , \alpha \neq 0$

i) $|x_1-x_2|^2=(x_1-x_2)^2=x_1^2-2x_1x_2+x_2^2$

$=x_1^2+x_2^2-2x_1x_2$

$=(x_1+x_2)^2-2x_1x_2 \quad -2x_1x_2$

$=(x_1+x_2)^2-4x_1x_2$

$=S^2-4P$

Άρα $|x_1-x_2|=\sqrt{S^2-4P}$

ii) $\sqrt{S^2-4P} \geq \sqrt{6S-P^2-13} \Leftrightarrow$ (υψώνουμε στο τετράγωνο)

$S^2-4P \geq 6S-P^2-13 \Leftrightarrow$

$S^2-4P-6S+P^2+13 \geq 0 \Leftrightarrow$

$S^2-6S+9 \quad +P^2-4P+4 \geq 0 \Leftrightarrow$

$(S-3)^2+(P-2)^2 \geq 0$

iii) Η ισότητα ισχύει όταν

$S-3=0$ και $P-2=0$

$\Leftrightarrow S=3$ και $P=2$

iv) $x^2-3x+2=0$

$$x^2 - 3x + 2 = 0$$

$$\Delta = (-3)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 1$$
$$\Delta = 9 - 8$$
$$\Delta = 1 > 0$$

$$x_{1,2} = \frac{3 \pm 1}{2} = \begin{cases} \rightarrow 2 \\ \rightarrow 1 \end{cases}$$

ΚΑΛΑ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ !!!