ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ Β′ ΛΥΚΕΙΟΥ
1-3-2026

ΘΕΜΑ ΠΡΩΤΟ

Α1. Αν $0 < \alpha \neq 1$ τότε για οποιουσδήποτε θ_1 , θ_2 να αποδείξετε ότι:

$\log_\alpha(\theta_1 \theta_2) = \log_\alpha\theta_1 + \log_\alpha\theta_2$ **(Μον. 5)**

Α2. Α. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \left(\frac{1}{5}\right)^x$. Να χαρακτηρίσετε με (Σ) ή (Λ) αν είναι σωστές ή λανθασμένες τις παρακάτω προτάσεις.

i) Η f έχει πεδίο ορισμού το $\Re$. Σ Λ

ii) Η f είναι γνησίως αύξουσα στο $\Re$. Σ Λ

iii) Η γραφική παράσταση της f είναι συμμετρική με άξονα συμμετρίας τον $y'y$ προς την γραφική παράσταση της $g(x) = 5^x$. Σ Λ

iv) Ισχύει ότι f(2) > f(4). Σ Λ

Β. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \log x$. Να χαρακτηρίσετε ως σωστό (Σ) ή λάθος (Λ) τις παρακάτω προτάσεις

i) Η f έχει πεδίο ορισμού το διάστημα $(0, +\infty)$. Σ Λ

ii) Η f έχει ασύμπτωτη τον άξονα $x'x$. Σ Λ

iii) Ισχύει ότι $f(2^{2025}) > f(2^{2026})$. Σ Λ

iv) Αν $\log x = 6$ τότε $x = 10^6$ Σ Λ

(Μον. 8x1)

Α3. Να επιλέξετε την σωστή απάντηση:

1. Το πολυώνυμο $P(x) = 5(x-1)^2 - 5x^2 + 6$ είναι:

Α. μηδενικού βαθμού Β. πρώτου βαθμού Γ. δευτέρου βαθμού

Δ. το μηδενικό πολυώνυμο Ε. τρίτου βαθμού

2. Αν το πολυώνυμο $P(x) = (\lambda^2 - 4)\, x^2 + (\lambda - 2)\, x - (\lambda + 2)$, $\lambda \in R$ είναι πρώτου βαθμού τότε το λ μπορεί να είναι:

Α. – 2 Β. – 1 Γ. 0 Δ. 1 Ε. $\sqrt{2}$

3. Το πολυώνυμο $P(x) = (4x+5)^{2016} + x^{2015}$ έχει παράγοντα:

Α. x+1 Β. x-1 Γ. x Δ. $x+\frac{5}{4}$

4. Τα πολυώνυμα $P(x) = x^3 - \beta x + 5$ και $Q(x) = x^3 + \beta x^2 + 5 - \beta$, $\beta \in R$ είναι ίσα όταν ο β ισούται με:

Α. – 1 Β. 0 Γ. 1 Δ. 5 Ε. – 5

(Μον.2x4)

Α4. Να γίνει η ευκλείδεια διαίρεση $(2x^3 - 7x^2 + 6):(x + 4)$ και να γράψετε την ταυτότητα της διαίρεσης. **(Μον. 4)**

<u>ΘΕΜΑ ΔΕΥΤΕΡΟ</u>

Β1. Να λυθεί η εξίσωση $6x^4 - 5x^3 - 15x^2 + 4 = 0$ **(Μον. 5)**

Β2. Να λυθούν οι παρακάτω ανισώσεις:

i. $x^3 - 5x^2 - 8x + 12 < 0$

ii. $\dfrac{-x^4 + x^3 - x^2 + 3x + 6}{x - 1} \geq 0$

iii. $(4 - 2^x)(e^x - 1)(x^2 - 4x) > 0$ **(Μον. 6, 7, 7)**

<u>ΘΕΜΑ ΤΡΙΤΟ</u>

Δίνεται η πολυωνυμική συνάρτηση f με τύπο : $f(x) = x^3 + \alpha x^2 + \beta x + \gamma$,για την οποία ισχύουν:

- $f(0) = 8$
- Η $f(x)$ έχει παράγοντα το x-1.
- Το υπόλοιπο της διαίρεσης της $f(x)$ διά x + 2 είναι 24.

Γ1. Να δείξετε ότι : $\alpha = 1$, $\beta = -10$ και $\gamma = 8$. **(Μον. 6)**

Γ2. α) Να λυθεί η εξίσωση $f(x)=0$. **(Μον.6)**

β) Να βρεθούν τα διαστήματα στα οποία η C_f είναι κάτω από τον x'x. **(Μον.6)**

Γ3. Να λύσετε την ανίσωση : $\dfrac{f(x)}{x-1} \leq \dfrac{8}{x-1}$ **(Μον. 7)**

ΘΕΜΑ ΤΕΤΑΡΤΟ

Δίνονται οι συναρτήσεις $f(x) = \ln(e^{2x} – 5e^x + 6)$ και $g(x) = \ln(- e^x + 2)$.

Δ1. Να βρεθούν τα πεδία ορισμού της f(x) και g(x). **(Μον. 6)**

Δ2. Να βρεθούν τα σημεία τομής της C_g με τους άξονες x'x και y'y. **(Μον. 6)**

Δ3. Να ελέγξετε αν υπάρχουν διαστήματα στα οποία η C_f δεν είναι πάνω από την C_g.

(Μον. 7)

Δ4. Να αποδειχτεί η ανισότητα $e^{f(x)} \geq e^{g(x)} + 2e^x – 5$. **(Μον. 6)**

ΕΥΧΟΜΑΣΤΕ ΕΠΙΤΥΧΙΑ