1. Ζωγράφου: Ι. Χρυσίππου 1, 210 7488030 & ΙΙ. Ξηρογιάννη 10 , 210 7488180
www.en-dynamei.gr

2. Χολαργός: Φανερωμένης 13, 210 6536551

3. Αγία Παρασκευή: Ευεργέτου Γιαβάση 9, πλατεία Αγ. Παρασκευής, 210 6000031

Διαγώνισμα Άλγεβρα Α' Λυκείου

Ημερομηνία : 29 - 03 - 2026

ΘΕΜΑ Α

Α1. Να αποδείξετε ότι ο ν^ος όρος μιας αριθμητικής προόδου με πρώτο όρο α_1 και διαφορά ω είναι:

$$\alpha_\nu = \alpha_1 + (\nu - 1)\omega.$$

Μονάδες 10

Α2. Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις με Σ (σωστό) ή Λ (λάθος).

α) Αν $\Delta = \beta^2 - 4\alpha\gamma > 0$, τότε $\alpha x^2 + \beta x + \gamma = \alpha\left(x + \frac{\beta}{2\alpha}\right)^2, \alpha \neq 0$.

β) Το τριώνυμο $\alpha x^2 + \beta x + \gamma, \alpha \neq 0$ γίνεται ετερόσημο του α, μόνο όταν είναι $\Delta > 0$ και για τις τιμές του x, που βρίσκονται μεταξύ των ριζών.

γ) Σε κάθε αριθμητική πρόοδο (α_ν) με διαφορά ω ισχύει ότι: $\alpha_{\nu+1} + \alpha_\nu = \omega$.

δ) Αν α, β, γ είναι τρεις διαδοχικοί όροι μιας αριθμητικής προόδου, τότε ισχύει:

$$2\beta = \alpha + \gamma.$$

ε) Το άθροισμα ν πρώτων όρων αριθμητικής προόδου (α_ν) με διαφορά ω είναι:

$$S_\nu = \frac{\nu}{2}[\alpha_1 + (\nu - 1)\omega].$$

Μονάδες 5

Α3. Σε καθεμία από τις επόμενες ερωτήσεις να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

α) Αν η ανίσωση $x^2 + 2x + \gamma \leq 0$ είναι αδύνατη, τότε:

i. $\gamma < 1$ ii. $\gamma > 1$ iii. $\gamma = 1$ iv. $\gamma \leq 1$

β) Αν η ανίσωση $-x^2 - 2x + \gamma < 0$ αληθεύει για κάθε $x \in \mathbb{R}$, τότε:

i. $\gamma > -1$ ii. $\gamma = -1$ iii. $\gamma < -1$ iv. $\gamma \geq -1$

γ) Η εξίσωση $|x + 1| = x + 1$:

i. είναι ταυτότητα ii. είναι αδύνατη iii. έχει άπειρο πλήθος λύσεων iv. έχει μοναδική λύση τη $x = -1$

δ) Ο αριθμητικός μέσος των $5 - 2x$ και $2x + 1$ είναι:

i. 3 ii. $4x$ iii. 6 iv. 4

ε) Αν η ακολουθία (α_ν) είναι αριθμητική πρόοδος με διαφορά $\omega > 0$, τότε για κάθε ν ισχύει:

i. $\alpha_{\nu+1} = \alpha_\nu$ ii. $\alpha_{\nu+1} < \alpha_\nu$ iii. $\alpha_{\nu+1} \geq \alpha_\nu$ iv. $\alpha_{\nu+1} > \alpha_\nu$

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ Β

Β1. Δίνεται η παράσταση $K = \frac{x^2-4x+4}{2x^2-3x-2}$.

α) Να παραγοντοποιήσετε το τριώνυμο $2x^2 - 3x - 2$.

β) Για ποιες τιμές του $x \in \mathbb{R}$ ορίζεται η παράσταση Κ; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

γ) Να απλοποιήσετε την παράσταση Κ.

Μονάδες 6+4+5

Β2. Δίνεται η αριθμητική πρόοδος (α_ν) για την οποία ισχύει ότι:

$$\alpha_1 = 19 \quad \text{και} \quad \alpha_{10} - \alpha_6 = 24.$$

α) Να αποδείξετε ότι η διαφορά της προόδου είναι $\omega = 6$.

β) Να βρείτε τον α_{20}.

Μονάδες 5 + 5

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Να λύσετε τις παρακάτω ανισώσεις και να κατασκευάσετε για καθεμία τον αντίστοιχο πίνακα προσήμων.

α) $5x^2 \geq 20x$

β) $2x^2 - 3x - 5 < 0$

γ) $2x^2 - 8 \geq 0$

δ) $-9x^2 + 6x - 1 < 0$

Μονάδες 12

Γ2. α) Να βρεθούν οι τιμές του $x \in \mathbb{R}$ για τις οποίες συναληθεύουν οι ανισώσεις:

$$1 \leq |x| \leq 4 \quad \text{και} \quad (2-3x)^2 - 9 \geq 7(x-1)^2.$$

β) Αν οι αριθμοί α και β είναι *κ ο ι ν έ ς* και *θ ε τ ι κ έ ς* λύσεις των ανισώσεων του ερωτήματος Γ2α, να αποδείξετε ότι ο αριθμός $\frac{2\alpha+3\beta}{5}$ είναι επίσης κοινή λύση των ίδιων ανισώσεων.

Μονάδες 8 + 5

ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται το τριώνυμο: $f(x) = \lambda x^2 - 2\lambda x + 2\lambda - 2,\ \ \lambda \in (0, +\infty)$.

Δ1. Για $\lambda = 1$ να βρείτε το πρόσημο του $f(x)$ και να αποδείξετε ότι $f\left(\frac{\pi+1}{2}\right) > 0$.

Δ2. Να βρείτε τις τιμές του λ για τις οποίες η ανίσωση $f(x) \geq 0$ αληθεύει για κάθε $x \in \mathbb{R}$.

Δ3. Να βρείτε τις τιμές του λ για τις οποίες το τριώνυμο $f(x)$ έχει δύο άνισες πραγματικές ρίζες.

Δ4. Έστω ότι το τριώνυμο $f(x)$ έχει δύο άνισες πραγματικές ρίζες x_1 και x_2 με $x_1 < x_2$.

α) Να βρείτε τις τιμές του λ για τις οποίες ισχύει ότι:

i) $x_1^2 + x_2^2 < 20$.

ii) $0 < x_1 < x_2 < 2$.

β) Να διατάξετε σε αύξουσα σειρά τους αριθμούς:

$$f(x_1), \quad f\left(\frac{x_1 + x_2}{2}\right), \quad f(x_2 + 1)$$

Μονάδες 6 + 6 + 4 + (6 + 3)

Σας ευχόμαστε επιτυχία!!!