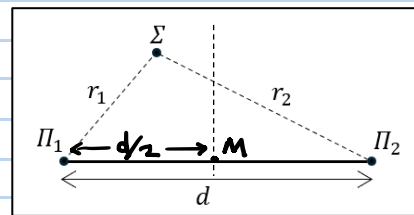


ΘΕΜΑ Α

A1-γ A2-α A3-β A4-β A5 Λ Σ Λ Λ Σ

ΘΕΜΑ Β

**B1-γ** Το κύμα από την πηγή Π<sub>1</sub> φτάνει στο Σ τη χρονική στιγμή t<sub>1</sub> = 2T.



Ισχύει:  $v_1 = v t_1 = v \cdot 2T = 2vT \Rightarrow v_1 = 2\lambda$

Όταν η πηγή Π<sub>2</sub> διέρχεται για 7<sup>η</sup> φορά από τη ΘΙ μετά τη χρονική στιγμή t<sub>0</sub> = 0, ταλαντώνεται για χρόνο t<sub>2</sub> =  $\frac{7T}{2}$ .

Ισχύει:  $v_2 = v t_2 = v \cdot \frac{7T}{2} = 3,5vT \Rightarrow v_2 = 3,5\lambda$

Το σημείο Σ τη χρονική στιγμή t<sub>2</sub> =  $\frac{7T}{2}$  ακινητοποιείται μόλις άρα είναι σημείο ακυρωτικής συμβολής.

$$\begin{aligned} \text{Ισχύει: } v_1 - v_2 &= (2N' + 1) \frac{\lambda}{2} \Rightarrow 2\lambda - 3,5\lambda = (2N' + 1) \frac{\lambda}{2} \\ &\Rightarrow -\frac{3\lambda}{2} = (2N' + 1) \frac{\lambda}{2} \Rightarrow \underline{N' = -2} \end{aligned}$$

Άρα το σημείο Σ ανήκει στην υπερβολή ακυρωτικής συμβολής N' = -2

Τα σημεία που ταλαντώνονται με μέγιστο πλάτος πάνω στο Π<sub>1</sub>Σ είναι τόσα, όσα και οι υπερβολές ενισχυτικής συμβολής που το τέμνουν.

$$\left. \begin{aligned} \text{Ισχύει: } v_1 - v_2 &= N\lambda \\ v_1 + v_2 &= d \end{aligned} \right\} \oplus \Rightarrow 2v_1 = N\lambda + d \Rightarrow v_1 = N\frac{\lambda}{2} + \frac{d}{2} \\ \Rightarrow v_1 = 0,5N\lambda + 2,5\lambda$$

Εύρεση υπερβολών ενισχυτικής συμβολής μεταξύ της πηγής

Π<sub>1</sub> και της μετασχηματισμένης στο ευθύγραμμο τμήμα Π<sub>1</sub>Π<sub>2</sub>:

$$\begin{aligned} 0 < v_1 < \frac{d}{2} &\Rightarrow 0 < 0,5N\lambda + 2,5\lambda < 2,5\lambda \\ &\Rightarrow -2,5\lambda < 0,5N\lambda < 0 \Rightarrow -5 < N < 0 \end{aligned}$$

Οι υπερβολές ενισχυτικής συμβολής που τέμνουν το Π<sub>1</sub>Σ

και βρίσκονται αριστερά από το σημείο Σ είναι οι:

N = -2, -3, -4 άρα τα σημεία πάνω στο Π<sub>1</sub>Σ είναι **τρία** (8)

**B2-γ** Όταν ο αγωγός ΚΛ κινείται

πάνω στα σύρματα ΖΖ', ΔΔ' εμφανίζεται

ΗΕΔ  $\mathcal{E}_{\text{ΠΓΚ}} = \mathcal{E}_{\text{Π1}} = \frac{1}{2} B \omega l_1^2$  στον "βρόχο"

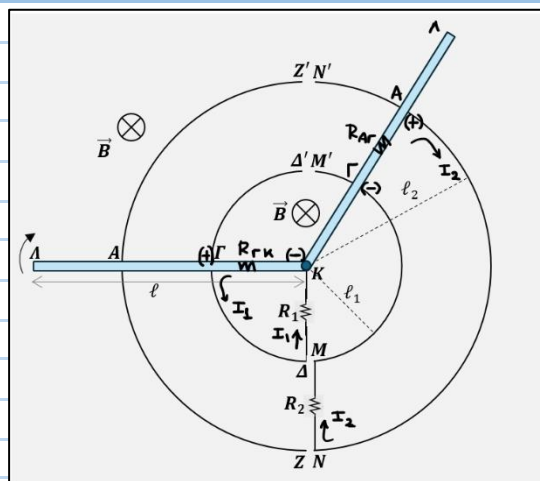
ΓΔΚΓ και η συνολική αντίσταση είναι:

$$R_{\text{ολ1}} = R_{\text{ΓΚ}} + R_1 = \frac{R}{3} + \frac{2R}{3} \Rightarrow R_{\text{ολ1}} = R$$

$$\text{όπου } R_{\text{ΓΚ}} = \rho \frac{l_1}{S} = \frac{1}{3} \rho \frac{l}{S} = \frac{R}{3}$$

Για την ένταση  $I_1$  του ηλεκτρικού ρεύματος

$$\text{που διαρρέει τον βρόχο ΓΔΚΓ ισχύει: } I_1 = \frac{\mathcal{E}_{\text{Π1}}}{R_{\text{ολ1}}} = \frac{1}{2} \frac{B \omega l_1^2}{R} = \frac{1}{18} \frac{B \omega l^2}{R}$$



Όταν ο αγωγός ΚΛ κινείται πάνω στα σύρματα ΜΜ' και ΝΝ'

εμφανίζεται ΗΕΔ  $\mathcal{E}_{\text{ΠΑΓ}} = \mathcal{E}_{\text{Π2}}$  στον "βρόχο" ΓΜΝΑΓ για την οποία ισχύει:

Σε γωνία  $2\pi$  rad αντιστοιχί εμβαδόν  $\pi l_2^2 - \pi l_1^2$

" "  $\Delta\theta$  " "  $\Delta A$

$$\Delta A \cdot 2\pi = \Delta\theta \cdot \pi (l_2^2 - l_1^2)$$

$$\Delta A = \frac{1}{2} \Delta\theta (l_2^2 - l_1^2)$$

$$\mathcal{E}_{\text{Π2}} = \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = \frac{B \cdot \Delta A}{\Delta t} = \frac{1}{2} B \frac{\Delta\theta}{\Delta t} (l_2^2 - l_1^2) = \frac{1}{2} B \omega (l_2^2 - l_1^2)$$

$$\mathcal{E}_{\text{Π2}} = \frac{1}{2} B \omega \left( \frac{4l^2}{9} - \frac{l^2}{9} \right) \Rightarrow \mathcal{E}_{\text{Π2}} = \frac{3}{18} B \omega l^2$$

Η συνολική αντίσταση στον βρόχο ΓΜΝΑΓ είναι:

$$R_{\text{ολ2}} = R_{\text{ΑΓ}} + R_2 = \frac{R}{3} + \frac{R}{3} \Rightarrow R_{\text{ολ2}} = \frac{2R}{3}$$

$$\text{όπου } R_{\text{ΑΓ}} = \rho \frac{l_{\text{ΑΓ}}}{S} = \rho \frac{l_2 - l_1}{S} = \frac{1}{3} \rho \frac{l}{S} = \frac{R}{3}$$

Για την ένταση  $I_2$  του ηλεκτρικού ρεύματος που διαρρέει τον

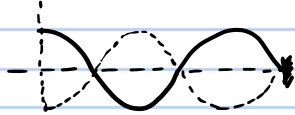
$$\text{βρόχο ΓΜΝΑΓ ισχύει: } I_2 = \frac{\mathcal{E}_{\text{Π2}}}{R_{\text{ολ2}}} = \frac{\frac{3}{18} B \omega l^2}{\frac{2}{3} R} = \frac{1}{4} \frac{B \omega l^2}{R}$$

$$\text{Άρα: } \frac{I_1}{I_2} = \frac{\frac{1}{18} \frac{B \omega l^2}{R}}{\frac{1}{4} \frac{B \omega l^2}{R}} \Rightarrow \boxed{\frac{I_1}{I_2} = \frac{2}{9}} \quad (\gamma)$$

**B3 I-β, II-α** I) Για τη χορδή μήκους  $l_1$  που έχει στο ένα άκρο κοιλία και στο άλλο άκρο δεσμό ισχύει:

$$l_1 = \mu \frac{\lambda}{2} + \frac{\lambda}{4}$$

$$\mu = 2 \rightarrow l_1 = \frac{5\lambda}{4}$$



Για τη χορδή μήκους  $l_2 = 2l_1$  που έχει δεσμούς στα άκρα ισχύει:

$$l_2 = \mu' \frac{\lambda}{2} \Rightarrow 2l_1 = \mu' \frac{\lambda}{2}$$

$$\Rightarrow 2 \frac{5}{4} \lambda = \mu' \frac{\lambda}{2}$$

$$\Rightarrow \mu' = 5 \rightarrow \boxed{5 \text{ κοιλίες}} \text{ (B)}$$



II) Στη χορδή μήκους  $l_2$  με τα αμλόνητα άκρα για να δημιουργηθεί στάσιμο κύμα θα πρέπει το μήκος της να είναι πολλαπλάσιο του  $\lambda/2$  δηλαδή:  $l_2 = \mu' \frac{\lambda}{2} = \mu' \cdot \frac{v}{2f}$

$$\Rightarrow f = \frac{\mu' v}{2l_2}$$

$$\text{Αρχικά } \mu' = 5 \quad f = \frac{5v}{2l_2} = \frac{2,5v}{l_2}$$

$$\text{Για } f' > f \Rightarrow \frac{\mu' v}{2l_2} > \frac{2,5v}{l_2} \Rightarrow \mu' > 5 \text{ άρα } \mu' = 6 \rightarrow f' = \frac{3v}{l_2}$$

$$\text{Άρα } \pi = \frac{\Delta f}{f} 100\% = \frac{f' - f}{f} 100\% = \left(\frac{f'}{f} - 1\right) 100\%$$

$$\pi = \left(\frac{3v/l_2}{2,5v/l_2} - 1\right) 100\% = \left(\frac{6}{5} - 1\right) 100\% = \frac{1}{5} 100\% \Rightarrow \boxed{\pi = 20\%} \text{ (α)}$$

### ΘΕΜΑ Γ

Γ1 Δίνεται:  $y_B = 0,2 \mu\text{f}(10\pi t - 4\pi)$  SI και  $x_B = 0,8 \text{ m}$

$$\text{Ισχύει: } y_B = A \mu\text{f} \left( \frac{2\pi t}{T} - \frac{2\pi x_B}{\lambda} \right)$$

$$\text{Άρα: } A = 0,2 \text{ m}, \quad \frac{2\pi}{T} = \omega = 10\pi \text{ rad/s} \rightarrow T = 0,2 \text{ sec} \rightarrow f = \frac{1}{T} = 5 \text{ Hz}$$

$$\frac{2\pi x_B}{\lambda} = 4\pi \Rightarrow \frac{2\pi \cdot 0,8}{\lambda} = 4\pi \Rightarrow \lambda = 0,4 \text{ m}$$

$$\alpha) \text{ Ταχύτητα διάδοσης: } v = \lambda f = 0,4 \cdot 5 \text{ m/s} \Rightarrow \boxed{v = 2 \text{ m/s}}$$

β) Για το σημείο Δ:  $\phi_{\Delta} = \frac{3\pi}{2} \text{ rad.}$

Φάση κύματος:  $\phi = \frac{2\pi t}{T} - \frac{2\pi x}{\lambda} \Rightarrow \phi = 10\pi t - 5\pi x. \text{ SI}$

Ισχύει:  $\phi_{\Delta} = 10\pi t - 5\pi x_{\Delta} \Rightarrow \frac{3\pi}{2} = 10\pi \cdot 1,15 - 5\pi x_{\Delta} \Rightarrow x_{\Delta} = 2 \text{ m}$

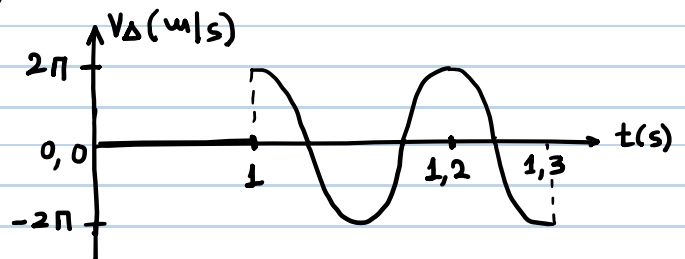
Το κύμα φτάνει στο σημείο Δ τη χρονική στιγμή:

$x_{\Delta} = v t_{\Delta} \Rightarrow t_{\Delta} = \frac{x_{\Delta}}{v} = 1 \text{ sec.}$

Για την ταχύτητα ταλάντωσης του σημείου Δ ισχύει:

$v_{\Delta} = v_{\text{max}} \sin\left(\frac{2\pi t}{T} - \frac{2\pi x_{\Delta}}{\lambda}\right)$  όπου  $v_{\text{max}} = \omega A = 2\pi \text{ m/s}$

$v_{\Delta} = 2\pi \sin(10\pi t - 10\pi) \text{ SI}$   
για  $t \geq 1 \text{ sec}$



Χρονικό διάστημα ταλάντωσης

του σημείου Δ:  $\Delta t_{\text{ταλ}} = t - t_{\Delta} = (1,3 - 1) \text{ sec} \Rightarrow \Delta t_{\text{ταλ}} = 0,3 \text{ sec} = \frac{3T}{2}$

γ) Για τα σημεία που κάθε στιγμή έχουν αντίθετη απομάκρυνση και αντίθετη ταχύτητα με την αρχή 0 ισχύει:

$\Delta x = k\lambda + \frac{\lambda}{2} \Rightarrow x - 0 = k\lambda + \frac{\lambda}{2} \Rightarrow \underline{x = 0,4k + 0,2 \text{ SI}}$

Για τα σημεία που βρίσκονται  $x_B < x < x_{\Delta}$  ισχύει:

$0,8 < 0,4k + 0,2 < 2$

$0,6 < 0,4k < 1,8$

$1,5 < k < 4,5 \rightarrow k = 2, 3, 4 \rightarrow \boxed{3 \text{ σημεία}}$

Θέσεις σημείων:  $k = 2 \rightarrow \boxed{x = 1 \text{ m}}$ ,  $k = 3 \rightarrow \boxed{x = 1,4 \text{ m}}$ ,  $k = 4 \rightarrow \boxed{x = 1,8 \text{ m}}$

Γ2  $l = 110 \text{ cm}$ ,  $y_0 = 40 \text{ cm}(10\pi t)$   $y \rightarrow \text{cm}$ ,  $t \rightarrow \text{sec}$

Συνολικά 6 δεσμοί

$x = (2k+1) \frac{\lambda}{4}$



για  $x = l$ ,  $k = 5$  (6<sup>ος</sup> δεσμός)

$(2 \cdot 5 + 1) \frac{\lambda}{4} = 110 \text{ cm} \Rightarrow \lambda = 40 \text{ cm}$

α) Εξίσωση στάσιμου κύματος:  $y = 2A \sin \frac{2\pi x}{\lambda} \eta\mu \frac{2\pi t}{T}$

$\Rightarrow y = 40 \sin \frac{2\pi x}{40} \eta\mu 10\pi t$

$\Rightarrow \boxed{y = 40 \sin \frac{\pi x}{20} \cdot \eta\mu(10\pi t) \quad \begin{matrix} x, y \rightarrow \text{cm} \\ t \rightarrow \text{sec} \end{matrix}}$

β) θέσεις κοιλιών:  $x = k \frac{\lambda}{2}$

Θέσω 2<sup>η</sup> κοιλία μετά το σημείο O:  $k=2 \rightarrow x = 2 \frac{40}{2} \text{ cm} = 40 \text{ cm}$

Εξίσωση ταλάντωσης 2<sup>ης</sup> κοιλίας:  $y_{(2)} = 40 \sin \frac{40\pi}{20} \eta\mu 10\pi t$

$y_{(2)} = 40 \sin 2\pi \eta\mu 10\pi t$

$y_{(2)} = 40 \eta\mu 10\pi t \quad y \rightarrow \text{cm}, t \rightarrow \text{sec}$

Φάση ταλάντωσης 2<sup>ης</sup> κοιλίας:  $\phi_{(2)} = 10\pi t \text{ sI}$

Έστω Σ το σημείο που απέχει  $d = 10 \text{ cm}$  από το αμφο Γ.

Θέσω σημείο Σ:  $x_{\Sigma} = l - d = 100 \text{ cm}$

Εξίσωση ταλάντωσης σημείου Σ:  $y_{\Sigma} = 40 \sin \frac{100\pi}{20} \eta\mu 10\pi t$

$y_{\Sigma} = 40 \sin 5\pi \cdot \eta\mu 10\pi t$

$y_{\Sigma} = -40 \eta\mu 10\pi t$

$y_{\Sigma} = 40 \eta\mu (10\pi t + \pi) \quad y \rightarrow \text{cm}, t \rightarrow \text{sec}$

Φάση ταλάντωσης σημείου Σ:  $\phi_{\Sigma} = 10\pi t + \pi \text{ sI}$

Διαφορά φάσης 2<sup>ης</sup> κοιλίας με το σημείο O και σημείου Σ:

$\Delta \phi = \phi_{\Sigma} - \phi_{(2)} = 10\pi t + \pi - 10\pi t \Rightarrow \boxed{\Delta \phi = \pi \text{ rad}}$

γ) Δύο επιπλέον μόνιμα ακίνητα σημεία στη χορδή σημαίνει ότι οι δεσμοί θα είναι συνολικά 8.

Το σημείο Γ θα είναι ο τελευταίος δεσμός ( $k=7$ ) στη

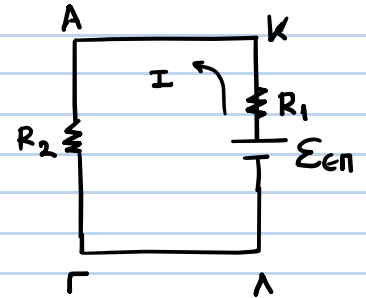
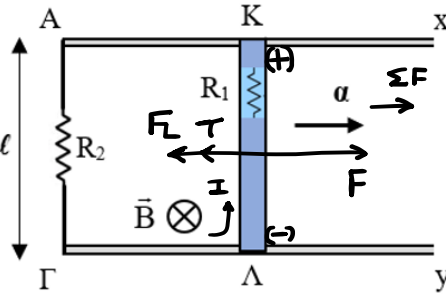
δηλαδή  $x=l$ . Ισχύει:

$x = (2k+1) \frac{\lambda'}{4} \Rightarrow l = (2 \cdot 7 + 1) \frac{v}{4f'} \Rightarrow f' = \frac{15v}{4l}$

$\Rightarrow f' = \frac{15 \cdot 2}{4 \cdot 1,2} \text{ Hz} \Rightarrow \boxed{f' = \frac{75}{11} \text{ Hz}}$

## ΘΕΜΑ Δ

Ο αγωγός κινούμενος  
εντός του ΟΜΠ εμφανίζει  
στα άκρα του ΗΕΔ  $\mathcal{E}_{\text{em}}$ .  
Στη διάταξη κυκλοφορεί



επαγωγικό ρεύμα οπότε ο αγωγός, εκτός από την τριβή  $\vec{T}$  και την  
εξωτερική δύναμη  $\vec{F}$ , δέχεται και τη δύναμη Laplace  $\vec{F}_L$ .

Δ1 Ισχύουν:

$$v = \alpha t \rightarrow \mathcal{E}_{\text{em}} = Bv\ell \rightarrow I = \frac{\mathcal{E}_{\text{em}}}{R_{\text{ολ}}} = \frac{Bv\ell}{R_{\text{ολ}}} = \frac{B\alpha\ell}{R_{\text{ολ}}} t, \quad \text{όπου } R_{\text{ολ}} = R_1 + R_2 = 2\Omega$$

$$\Rightarrow I = \frac{1 \cdot 0,8}{2} t \Rightarrow \boxed{I = 0,4 \cdot t, \text{ SI}}$$

Δ2 Για την τάση στα άκρα της αντιστάσεως  $R_2$  ισχύει:

$$V_2 = IR_2 \rightarrow \frac{dV_2}{dt} = \frac{dI}{dt} \cdot R_2 = 0,4 \cdot 1,5 \text{ V/s} \Rightarrow \boxed{\frac{dV_2}{dt} = 0,6 \frac{\text{V}}{\text{s}}}$$

$$\text{όπου } \frac{dI}{dt} = 0,4 \text{ A/s}$$

Δ3 Για τη δύναμη Laplace ισχύει:

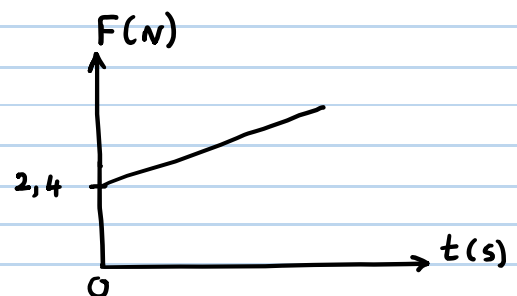
$$F_L = BIl = 1 \cdot 0,4t \cdot 1 \Rightarrow \underline{F_L = 0,4t \text{ SI}}$$

Από τον 2<sup>ο</sup> Ν. Newton έχουμε:

$$\Sigma F = ma \Rightarrow F - F_L - T = ma$$

$$\Rightarrow F - 0,4t - 2 = 0,4$$

$$\Rightarrow \boxed{F = 2,4 + 0,4t, \text{ SI}}$$



Δ4 Στη χρονική στιγμή  $t = 2,5 \text{ sec} \rightarrow v = \alpha t = 2 \text{ m/s}, F = 3,4 \text{ N}$

$$\text{i) } P_F = \frac{dW_F}{dt} = F \cdot v = 3,4 \cdot 2 \text{ W} \Rightarrow \boxed{P_F = 6,8 \text{ W}}$$

$$\text{ii) } \frac{dk}{dt} = \frac{dW_{\Sigma F}}{dt} = +\Sigma F \frac{dx}{dt} = +\Sigma F \cdot v = ma \cdot v \Rightarrow \boxed{\frac{dk}{dt} = 0,8 \text{ J/s}}$$

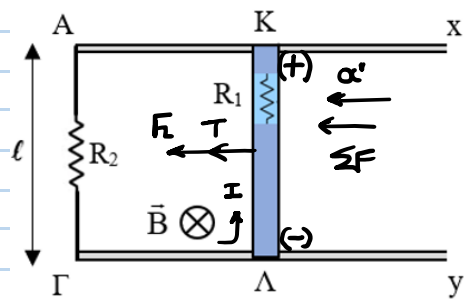
Δ5 Όταν καταργείται η δύναμη  $\vec{F}$

ο αγωγός λόγω των  $\vec{T}$  και  $\vec{F}_L$

επιβραδύνεται και τελικώς

αμυνιστοποιείται τη χρονική στιγμή  $t_2$ .

Για  $F = T \Rightarrow 0,4 t_1 = 2 \Rightarrow \underline{t_1 = 5 \text{ sec}}$  χρονική στιγμή που καταργείται η  $\vec{F}$ .



Τότε  $v_1 = a t_1 = 0,8 \cdot 5 \text{ m/s} \Rightarrow v_1 = 4 \text{ m/s}$ .

Η κινητική ενέργεια του αγωγού τη χρονική στιγμή  $t_1$  είναι:

$$K_1 = \frac{1}{2} m v_1^2 = \frac{1}{2} 0,5 \cdot 16 \text{ J} \Rightarrow K_1 = 4 \text{ J}.$$

Στη χρονική διάρκεια της επιβραδυνόμενης κίνησης ( $\Delta t = t_2 - t_1$ )

το έργο τριβής είναι:  $W_T = -T \cdot d = -2 \cdot 1,3 \text{ J} \Rightarrow W_T = -2,6 \text{ J}$

Η θερμότητα που παράγεται λόγω του έργου της τριβής

είναι:  $Q_{\text{τριβής}} = |W_T| = 2,6 \text{ J}$ .

Στη χρονική διάρκεια της επιβραδυνόμενης κίνησης η

αρχική κινητική ενέργεια του αγωγού, από την Αρχή Διατήρησης

Ενέργειας, μετατρέπεται όλη σε θερμότητα:  $Q_{\text{ολική}} = K_1 = 4 \text{ J}$ .

Ένα μέρος της θερμότητας οφείλεται στην τριβή

ολίσθησης ( $Q_{\text{τριβής}} = 2,6 \text{ J}$ ) ενώ το υπόλοιπο ( $Q_{R_{\alpha\lambda}}$ )

μετατρέπεται σε θερμότητα λόγω φαινομένου Joule στις

αντιστάσεις της διάταξης.

Ισχύει:  $Q_{\text{ολική}} = Q_{\text{τριβής}} + Q_{R_{\alpha\lambda}} \Rightarrow 4 \text{ J} = 2,6 \text{ J} + Q_{R_{\alpha\lambda}} \Rightarrow \underline{Q_{R_{\alpha\lambda}} = 1,4 \text{ J}}$

Το ζητούμενο ποσοστό είναι:  $\pi = \frac{Q_{R_{\alpha\lambda}}}{K_1} 100\% = \frac{1,4}{4} 100\% \Rightarrow \boxed{\pi = 35\%}$