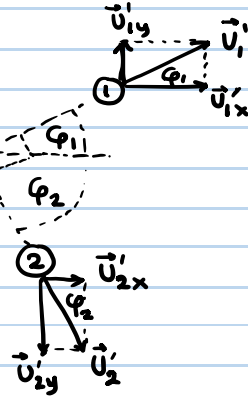
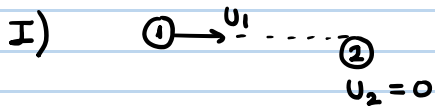


ΘΕΜΑ Α

A1-β A2-δ A3-β A4-α A5 ΣΛΣΛΣ

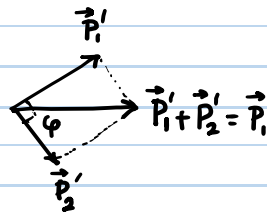
ΘΕΜΑ Β

B1 II-α



ΑΔΟ: $\vec{P}_{\text{πριν}} = \vec{P}_{\text{μετά}}$

$\vec{P}_1 = \vec{P}'_1 + \vec{P}'_2$
 $\varphi = 90^\circ \quad m_1 = m_2 = m$



$P_1^2 = P_1'^2 + P_2'^2$

$K_{\text{πριν}} = \frac{1}{2} m u_1^2 = \frac{P_1^2}{2m} = \frac{P_1'^2}{2m} + \frac{P_2'^2}{2m} = K_1' + K_2' = K_{\text{μετά}} \Rightarrow K_{\text{πριν}} = K_{\text{μετά}}$
 Ελαστικό κρούση.

II) $\varphi_2 = 2\varphi_1 \rightarrow \varphi = \varphi_1 + \varphi_2 = 3\varphi_1 \Rightarrow \varphi_1 = 30^\circ, \varphi_2 = 60^\circ$

ΑΔΟ(y): $\vec{P}_{y\text{πριν}} = \vec{P}_{y\text{μετά}} \Rightarrow 0 = \vec{P}'_{1y} + \vec{P}'_{2y} \Rightarrow 0 = P'_{1y} - P'_{2y}$

$\Rightarrow m u'_{1y} = m u'_{2y} \Rightarrow u'_1 \sin \varphi_1 = u'_2 \sin \varphi_2 \Rightarrow u'_1 \frac{1}{2} = u'_2 \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow u'_1 = \sqrt{3} u'_2$

$K_1' = \frac{1}{2} m u_1'^2 = \frac{1}{2} m \cdot 3 u_2'^2 = 3 \frac{1}{2} m u_2'^2 = 3 K_2' \Rightarrow K_1' = 3 K_2'$

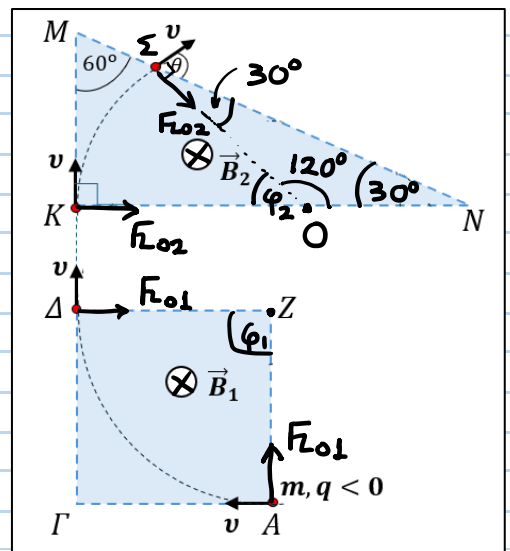
Ισχύει: $K_{\text{πριν}} = K_{\text{μετά}} \Rightarrow K_1 = K_1' + K_2' = 3 K_2' + K_2' \Rightarrow K_1 = 4 K_2' \Rightarrow \frac{K_2'}{K_1} = \frac{1}{4}$

Για το ποσοστό μεταβίβασης έχουμε:

$\pi = \frac{K_2'}{K_1} 100\% = \frac{1}{4} 100\% \Rightarrow \pi = 25\% \quad \text{α}$

B2 I-α II-β

I) Τόσο στο ομπ \vec{B}_1 όσο και στο ομπ \vec{B}_2 το αρνητικό φορτίο διαγράφει τμήτα κυκλικής τροχιάς αφού δέχεται δυνάμεις Lorentz \vec{F}_{L01} και \vec{F}_{L02} αντίστοιχα. Σύμφωνα με τον κανόνα των τριών δακτύλων του δεξιού χεριού και



γνωρίζοντας ότι τα αρνητικά φορτία δέχονται δύναμη Lorentz
απειθώς κατεύθυνσεις από τα δεξιά και τα δύο μαγνητικά
πρέπει να έχουν φορά από τον αναγνώστη προς τη σελίδα \otimes (α)

II) Το φορτίο κινούμενο και στα δύο πεδία εκτελεί ορθογώνιο κίνημα.

Στο ΟΜΠ \vec{B}_1 το φορτίο διαγράφει γωνία $90^\circ \rightarrow \varphi_1 = \pi/2$ rad

$$\text{και κινείται για: } \varphi_1 = \omega_1 \Delta t_1 \Rightarrow \frac{\pi}{2} = \frac{2\pi}{T_1} \Delta t_1 \Rightarrow \Delta t_1 = \frac{T_1}{4}$$

Στο ΟΜΠ \vec{B}_2 το φορτίο, όπως φαίνεται από το σχήμα, διαγράφει

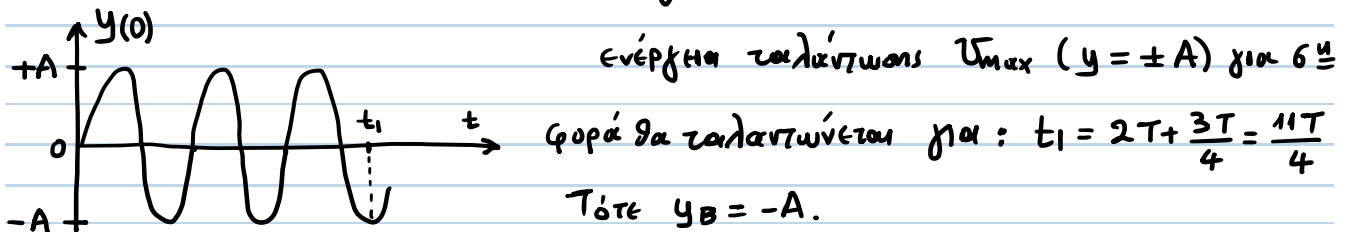
$$\text{γωνία: } \varphi_2 + 120^\circ = 180^\circ \Rightarrow \varphi_2 = 60^\circ \rightarrow \varphi_2 = \frac{\pi}{3} \text{ rad}$$

$$\text{και κινείται για: } \varphi_2 = \omega_2 \Delta t_2 \Rightarrow \frac{\pi}{3} = \frac{2\pi}{T_2} \Delta t_2 \Rightarrow \Delta t_2 = \frac{T_2}{6}$$

$$\text{Ισχύει: } \frac{\Delta t_1}{\Delta t_2} = \frac{T_1/4}{T_2/6} = \frac{3}{2} \frac{T_1}{T_2} = \frac{3}{2} \frac{\frac{2\pi m}{B_1 \cdot 191}}{\frac{2\pi m}{B_2 \cdot 191}} = \frac{3}{2} \frac{B_2}{B_1} = \frac{3}{2} \frac{2B_1}{B_1} \Rightarrow \Delta t_1 = 3 \Delta t_2 \quad (\beta)$$

B3-β Το σημείο Β έχει κάθε χρονική στιγμή των ίδιων
απομάκρυνση και των ίδιων ταχύτητα ταλάντωσης με το σημείο Ο
αφού η απόσταση μεταξύ τους είναι $|\Delta x| = \lambda$.

Για το σημείο Ο η χρονική στιγμή t_1 που έχει μέγιστη δυναμική



Το σημείο Γ η χρονική στιγμή t_1 ανιχνεύοιζεται για $1^{\text{η}}$ φορά
άρα ταλαντώνεται για χρονικό διάστημα $\Delta t = \frac{T}{4}$.

Το κύμα φτάνει στο σημείο Γ η χρονική στιγμή:

$$t_r = t_1 - \Delta t = \frac{11T}{4} - \frac{T}{4} \Rightarrow t_r = \frac{10T}{4} = 2,5T.$$

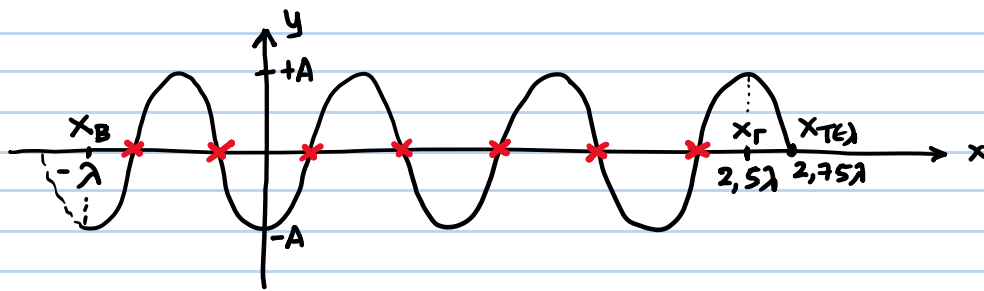
Η θέση του σημείου Γ είναι: $x_r = v \cdot t_r = \frac{\lambda}{T} \cdot 2,5T \Rightarrow x_r = 2,5\lambda$

Τη χρονική στιγμή t_1 ισχύει: $y_0 = y_B = -A$ και $y_r = +A$ άρα

το σημείο του κύματος τη χρονική στιγμή $t_1 = \frac{11T}{4}$

για τα σημεία του μέσου μας θέσεις $x_B \leq x \leq x_{\text{τελ}}$

όπου $x_{TEλ} = v t_1 = \frac{\lambda}{T} \frac{11T}{4} = \frac{11\lambda}{4}$, είναι:



Όπως φαίνεται από το παραπάνω σχήμα τα σημεία του μέσου μεταξύ του Β και του Γ που σε χρονικό σημείο t_1 έχουν μέγιστη κινητική ενέργεια (άρα διέρχονται από τη θέση ισορροπίας και έχουν απομάκρυνση $y=0$) είναι **επτά** (β)

(ή) Από την εξίσωση κύματος $y = A \sin\left(\frac{2\pi t}{T} - \frac{2\pi x}{\lambda}\right)$ σε χρονικό σημείο $t_1 = \frac{11T}{4}$ ισχύει:

$$y = A \sin\left(\frac{2\pi}{T} \frac{11T}{4} - \frac{2\pi x}{\lambda}\right) \Rightarrow y = A \sin\left(\frac{11\pi}{2} - \frac{2\pi x}{\lambda}\right)$$

Τα σημεία με μέγιστη κινητική ενέργεια έχουν μηδενική απομάκρυνση

$$\text{και ισχύει: } y=0 \Rightarrow A \sin\left(\frac{11\pi}{2} - \frac{2\pi x}{\lambda}\right) = 0 \Rightarrow \sin\left(\frac{11\pi}{2} - \frac{2\pi x}{\lambda}\right) = \sin 0$$

$$\rightarrow \frac{11\pi}{2} - \frac{2\pi x}{\lambda} = k\pi \Rightarrow \frac{2\pi x}{\lambda} = \frac{11\pi}{2} - k\pi \Rightarrow \frac{2x}{\lambda} = \frac{11-2k}{2}$$

$$\Rightarrow x = \frac{11\lambda - 2k\lambda}{4}$$

Τα ζητούμενα σημεία βρίσκονται: $x_B < x < x_\Gamma$

$$\Rightarrow -\lambda < \frac{11\lambda - 2k\lambda}{4} < 2,5\lambda$$

$$\Rightarrow -4 < 11 - 2k < 10$$

$$\Rightarrow -15 < -2k < -1$$

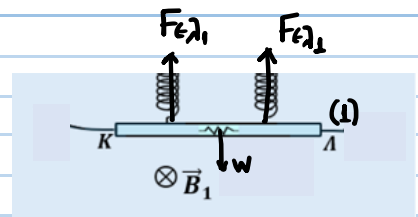
$$\Rightarrow 0,5 < k < 7,5 \rightarrow k = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 \rightarrow \text{επτά σημεία} \text{ (β)}$$

ΘΕΜΑ Γ

Γ1] ΣΤην οριζόντια θέση (1) ισχύει:

$$\Sigma F_1 = 0 \Rightarrow 2F_{\epsilon\lambda_1} = w_1 \Rightarrow 2k\Delta l_1 = w \quad (1)$$

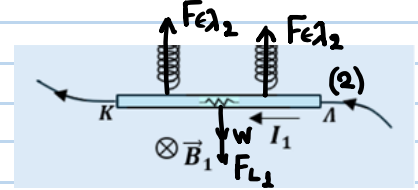
$$\Rightarrow \Delta l_1 = \frac{w \cdot g}{2k} = 0,05 \text{ m} = 5 \text{ cm}$$



ΣΤην οριζόντια θέση (2) ισχύει:

$$\Sigma F_2 = 0 \Rightarrow 2F_{\epsilon\lambda_2} = F_{L_2} + w$$

$$\Rightarrow 2k\Delta l_2 = B_1 I_1 l + w$$



$$\Rightarrow 2k \cdot 1,1 \Delta l_1 = B_1 I_1 l + w \Rightarrow 1,1 \cdot 2k \Delta l_1 = B_1 I_1 l + w$$

$$\stackrel{(1)}{\Rightarrow} 1,1 w_1 = B_1 I_1 l + w \Rightarrow B_1 I_1 l = 0,1 w \quad (2)$$

ΣΤην οριζόντια θέση (3) ισχύει:

$$\Sigma F_3 = 0 \Rightarrow 2F_{\epsilon\lambda_3} = F_{L_2} + F_{L_1} + w$$

$$\Rightarrow 2k\Delta l_3 = B_2 I_1 l + B_1 I_1 l + w$$

$$\Rightarrow 2k \cdot 1,2 \Delta l_1 = B_2 I_1 l + B_1 I_1 l + w$$

$$\Rightarrow 1,2 \cdot 2k \Delta l_1 = B_2 I_1 l + B_1 I_1 l + w$$

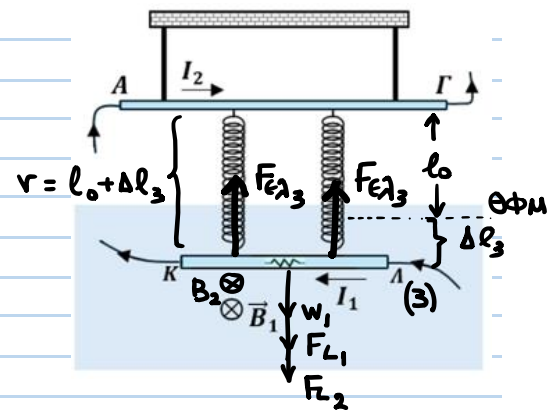
$$\stackrel{(1)}{\Rightarrow} 1,2 \cdot w = B_2 I_1 l + 0,1 w + w$$

$$\stackrel{(2)}{\Rightarrow} B_2 I_1 l = 0,1 w$$

$$\stackrel{(2)}{\Rightarrow} B_2 I_1 l = B_1 I_1 l \Rightarrow B_2 = B_1 \Rightarrow \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2I_2}{r} = B_1$$

$$\text{όπου } r = l_0 + \Delta l_3 = l_0 + 1,2 \Delta l_1 = 34 \text{ cm} + 6 \text{ cm} = 40 \text{ cm} \Rightarrow r = 0,4 \text{ m}$$

$$\Rightarrow I_2 = \frac{4\pi \cdot r \cdot B_1}{2 \cdot \mu_0} = \frac{4\pi \cdot 4 \cdot 10^{-1} \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7}} \text{ A} \Rightarrow \boxed{I_2 = 2000 \text{ A}}$$



Γ2] Ο αγωγός λόγω του βάρους του

θα κινηθεί εντός του ομπ \vec{B} οπότε

θα εμφανιστεί στα άκρα του ΗΕΔ $\mathcal{E}_{\text{επ}}$.

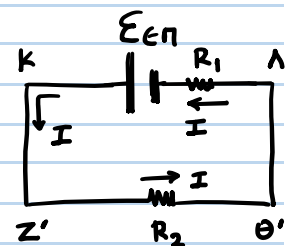
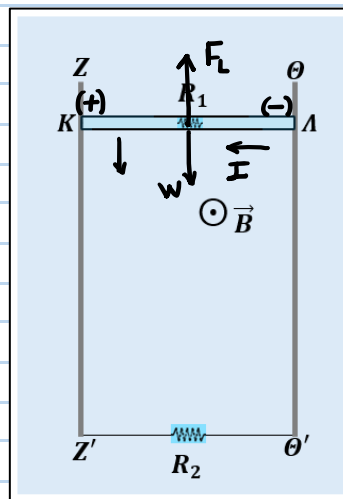
Λόγω της ΗΕΔ $\mathcal{E}_{\text{επ}}$ θα διαρρέεται

από επαγωγικό ρεύμα $I_{\text{επ}} = I$ οπότε

θα τον ασκηθεί και δύναμη Laplace.

Ο αγωγός θα επιταχύνεται οπότε

αυξάνονται η ΗΕΔ $\mathcal{E}_{\text{επ}}$, το επαγωγικό



ρεύμα I και το μέτρο της δύναμης Laplace F_L .

Η συνισταμένη δύναμη $\Sigma F = W - F_L$ μειώνεται μέχρι να μηδενιστεί οπότε ο αγωγός αποκτά οριακή ταχύτητα.

$$\text{Ισχύει: } \Sigma F = 0 \Rightarrow F_L = W \Rightarrow B I l = mg \Rightarrow B \frac{\mathcal{E} \ell n}{R_{\sigma 1}} l = mg$$

$$\Rightarrow B \frac{B v_{op} l}{R_{\sigma 1}} l = mg \Rightarrow v_{op} = \frac{mg R_{\sigma 1}}{B^2 l^2} \Rightarrow \boxed{v_{op} = 10 \text{ m/s}}$$

$$\text{όπου } R_{\sigma 1} = R_1 + R_2 = 1 \Omega$$

$$\underline{\Gamma 3} \text{ Όταν } v = \frac{v_{op}}{5} = 2 \text{ m/s} \rightarrow \mathcal{E} \ell n = B v l = 2 \text{ V} \rightarrow I = \frac{\mathcal{E} \ell n}{R_{\sigma 1}} = 2 \text{ A} \rightarrow F_L = B I l = 2 \text{ N}$$

$$\alpha) V_A + I R_2 = V_B \Rightarrow V_A - V_B = -I R_2 \Rightarrow \boxed{V_{AB} = -0,4 \text{ V}}$$

$$\eta) V_A + \mathcal{E} \ell n - I R_1 = V_B \Rightarrow V_{AB} = -\mathcal{E} \ell n + I R_1 = -0,4 \text{ V.}$$

β) Για τον ρυθμό μεταβολής της μηχανικής ενέργειας έχουμε:

$$E_{μηχ} = K + U \rightarrow \frac{dE_{μηχ}}{dt} = \frac{dK}{dt} + \frac{dU}{dt}$$

$$\text{όπου } \frac{dK}{dt} = \frac{dW_{\Sigma F}}{dt} = \frac{\Sigma F \cdot dy}{dt} = (mg - F_L) \cdot v = 8 \cdot 2 \text{ J/s} = +16 \text{ J/s}$$

$$\frac{dU}{dt} = -\frac{dW_w}{dt} = -\frac{w \cdot dy}{dt} = -mg \cdot v = -10 \cdot 2 \text{ J/s} = -20 \text{ J/s}$$

$$\text{άρα } \frac{dE_{μηχ}}{dt} = +16 \text{ J/s} - 20 \text{ J/s} \Rightarrow \boxed{\frac{dE_{μηχ}}{dt} = -4 \text{ J/s}}$$

$$\gamma) \text{ Ισχύει: } I = \frac{\mathcal{E} \ell n}{R_{\sigma 1}} = \frac{B v l}{R_{\sigma 1}} = \frac{B l}{R_{\sigma 1}} \cdot v \rightarrow \frac{dI}{dt} = \frac{B l}{R_{\sigma 1}} \frac{dv}{dt} = \frac{B l}{R_{\sigma 1}} \cdot \alpha$$

$$2^{\text{ος}} \text{ Ν. Newton: } \Sigma F = m \alpha \Rightarrow mg - F_L = m \cdot \alpha \Rightarrow \alpha = 8 \text{ m/s}^2$$

$$\text{Άρα: } \frac{dI}{dt} = \frac{B l}{R_{\sigma 1}} \cdot \alpha = \frac{1 \cdot 1}{1} \cdot 8 \text{ A/s} \Rightarrow \boxed{\frac{dI}{dt} = +8 \text{ A/s}}$$

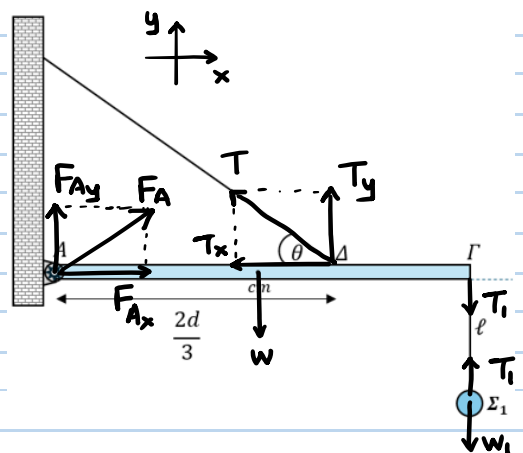
ΘΕΜΑ Δ

Δ1] Στην σπείρα Σ_1 ασκούνται το βάρος της

\vec{w}_1 και η τάση νήματος \vec{T}_1 . Για την

ισορροπία της ισχύει $\Sigma \vec{T}_{1y} = \vec{0}$

$$\Rightarrow T_1 - w_1 = 0 \Rightarrow \underline{\underline{T_1 = w_1 g = 10 \text{ N}}}$$



Στη δοκό ασκούνται τα βάρους ως \vec{W} , οι τάσεις των νημάτων \vec{T}, \vec{T}_1 και η δύναμη F_A από την άρθρωση.

α) Από την ισορροπία της δοκού έχουμε:

$$\sum \tau_A = 0 \Rightarrow \tau_W + \tau_{T_1} - \tau_{T_y} = 0 \quad \tau_{F_A} = 0, \tau_{T_x} = 0$$

$$\Rightarrow W \frac{d}{2} + T_1 d - T_y \frac{2d}{3} = 0 \Rightarrow \frac{2}{3} T_y = \frac{W}{2} + T_1$$

$$\Rightarrow \frac{2}{3} T_y = 10N + 10N \Rightarrow \underline{\underline{T_y = 30N}}$$

$$\text{όπως } T_y = T \cdot \eta \phi \theta \Rightarrow 30N = T \cdot 0,6 \Rightarrow \boxed{T = 50N}$$

β) Επίσης ισχύει:

$$\sum \vec{F}_x = \vec{0} \Rightarrow F_{Ax} - T_x = 0 \Rightarrow F_{Ax} = T \cdot \sigma \eta \theta = 50 \cdot 0,8N \Rightarrow \underline{\underline{F_{Ax} = 40N}}$$

$$\sum \vec{F}_y = \vec{0} \Rightarrow F_{Ay} + T_y - W - T_1 = 0 \Rightarrow F_{Ay} + 30N - 20N - 10N \Rightarrow \underline{\underline{F_{Ay} = 0}}$$

$$\text{οπότε } \vec{F}_A = \vec{F}_{Ax} + \vec{F}_{Ay} \Rightarrow \vec{F}_A = \vec{F}_{Ax} \Rightarrow \boxed{F_A = F_{Ax} = 40N}$$

Δ2 Στις ΘΙ ισχύει: $\sum F_2 = 0 \Rightarrow F_{e2} = W_2$

$$\Rightarrow k \Delta l = m_2 g \Rightarrow \Delta l = \frac{m_2 g}{k} = 0,1 \text{ m}$$

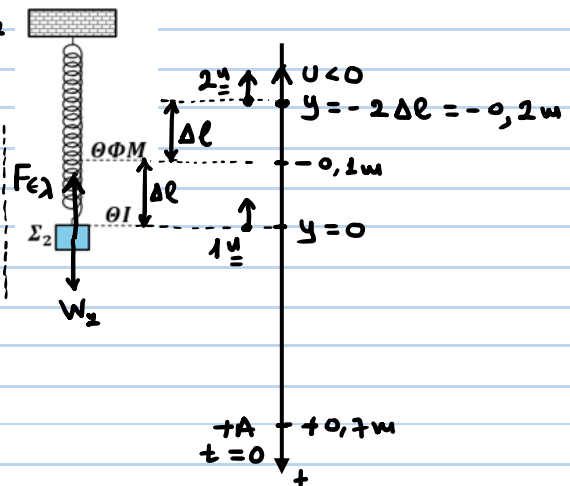
Στις ΘΦΜ από την ενέργεια ταλάντωσης

$$\text{έχουμε: } E = K + U \Rightarrow \frac{1}{2} k A^2 = \frac{1}{2} m_2 v^2 + \frac{1}{2} k \Delta l^2$$

$$D = k$$

$$A = \sqrt{\frac{m_2 v^2}{k} + \Delta l^2} = \sqrt{\frac{1,5 \cdot 48}{150} + \frac{1}{100}} \text{ m}$$

$$\Rightarrow A = \sqrt{\frac{49}{100}} \text{ m} = 0,7 \text{ m}$$



α) Για την εξίσωση απομάκρυνσης ταλάντωσης έχουμε:

$$y = A \eta \mu(\omega t + \phi_0) \quad \text{όπου } D = k = m_2 \omega^2 \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{k}{m_2}} = 10 \text{ rad/s}, T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{\pi}{5} \text{ sec}$$

$$t = 0 : y = +A \Rightarrow A \eta \mu(\omega \cdot 0 + \phi_0) = A \Rightarrow \eta \mu \phi_0 = 1 = \eta \mu \frac{\pi}{2} \rightarrow \phi_0 = \frac{\pi}{2} \text{ rad}$$

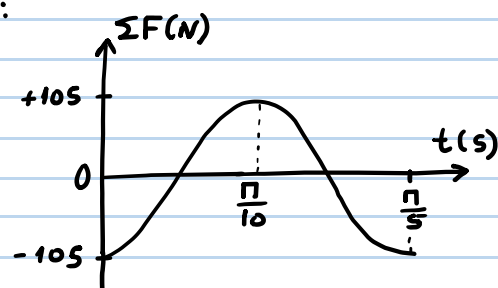
$$\text{Άρα } y = 0,7 \eta \mu(10t + \frac{\pi}{2}) \text{ SI}$$

Για τη δύναμη επαναφοράς ισχύει:

$$\sum F = -Dy = -k \cdot y$$

$$\sum F = -150 \cdot 0,7 \eta \mu(10t + \frac{\pi}{2})$$

$$\boxed{\sum F = -105 \cdot \eta \mu(10t + \frac{\pi}{2}) \text{ SI}}$$



β) Όταν $F_{ελ} = m_2 g \rightarrow \Delta l = 0,1 \text{ m}$ παραμόρφωση ελατηρίου

Μετά των $t=0$ $\Delta l = 0,1 \text{ m}$ έχει το ελατήριο για 1^η φορά όταν το σώμα διέρχεται από τη ΘΙ ως ακτ ($y=0$) και είναι επιφυκυτό.

Για 2^η φορά $\Delta l = 0,1 \text{ m}$ έχει το ελατήριο όταν το σώμα βρίσκεται πάνω από τη ΘΦΜ και είναι συσπυρωμένο. Τότε από

τη ΘΙ απέχει $|y| = 2\Delta l \xrightarrow{y < 0} y = -2 \cdot \Delta l \Rightarrow \underline{y = -0,2 \text{ m}}$.

Σε εκείνη τη θέση από των ενέργεια ταλάντωσης ισχύει:

$$E = K + U \Rightarrow \frac{1}{2} k A^2 = \frac{1}{2} m_2 v^2 + \frac{1}{2} k y^2 \Rightarrow v = \pm \sqrt{\frac{k}{m_2} (A^2 - y^2)}$$

Όμως $v < 0$ οπότε: $v = -\sqrt{\frac{150}{1,5} \left(\frac{49}{100} - \frac{4}{100} \right)} \frac{\text{m}}{\text{s}} = -\sqrt{45} \frac{\text{m}}{\text{s}} \Rightarrow \underline{v = -3\sqrt{5} \frac{\text{m}}{\text{s}}}$

Για τον ρυθμό μεταβολής κινητικής ενέργειας ισχύει:

$$\frac{dK}{dt} = \frac{dW_{\Sigma F}}{dt} = \Sigma F \cdot v = -k \cdot y \cdot v$$

$$\frac{dK}{dt} = -150(-0,2)(-3\sqrt{5}) \text{ J/s} \Rightarrow \boxed{\frac{dK}{dt} = -90\sqrt{5} \text{ J/s}}$$

Δ3 Για τις ταχύτητες του σώματος και της σφαίρας

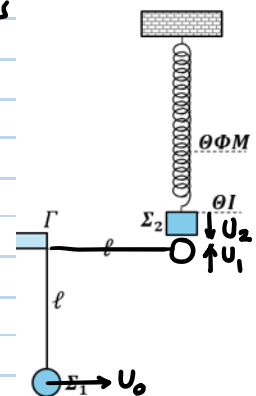
πριν την κρούση έχουμε:

Για σώμα $v_2 = v_{\max} = \omega A = 10 \cdot 0,7 \text{ m/s} \Rightarrow \underline{v_2 = 7 \text{ m/s}}$

Για σφαίρα ΘΜΚΕ: $K_{\text{τελ}} - K_{\text{αρχ}} = W_{W_2}$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} m_1 v_1^2 - \frac{1}{2} m_1 v_0^2 = -m_1 g \ell$$

$$\Rightarrow v_1 = \sqrt{v_0^2 - 2g\ell} = \sqrt{80 - 16} \text{ m/s} \Rightarrow \underline{v_1 = 8 \text{ m/s}}$$



Για τις ταχύτητες των σωμάτων αμέσως μετά την κρούση έχουμε:

$$v_1' = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_1 + \frac{2m_2}{m_1 + m_2} v_2 \xrightarrow{\uparrow} v_1' = \frac{1 - 1,5}{2,5} 8 \frac{\text{m}}{\text{s}} + \frac{2 \cdot 1,5}{2,5} (-7) \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$v_1' = \frac{-4 - 21}{2,5} \frac{\text{m}}{\text{s}} \Rightarrow \boxed{v_1' = -10 \frac{\text{m}}{\text{s}}} \downarrow$$

$$v_2' = \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} v_2 + \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_1 \xrightarrow{\uparrow} v_2' = \frac{1,5 - 1}{2,5} (-7) \frac{\text{m}}{\text{s}} + \frac{2 \cdot 1}{2,5} 8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$v_2' = \frac{-3,5 + 16}{2,5} \frac{\text{m}}{\text{s}} \Rightarrow \boxed{v_2' = 5 \frac{\text{m}}{\text{s}}} \uparrow$$

Δ4 Όταν το μέτρο της

τάσης του νήματος είναι

$T' = 200\text{N}$ από την ισορροπία

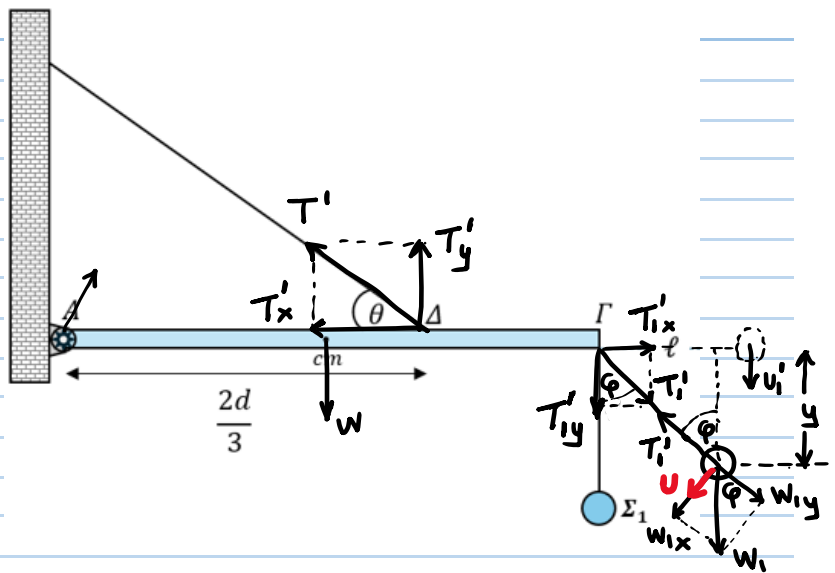
της δοκού έχουμε:

$$\sum \tau_A = 0 \Rightarrow \tau_w - \tau_{T'_{1y}} - \tau_{T'_y} = 0$$

$$\Rightarrow W \frac{d}{2} + T'_{1y} d - T'_y \frac{2d}{3} = 0$$

$$\Rightarrow T'_{1y} = \frac{2T'_y}{3} - \frac{W}{2}$$

$$\Rightarrow T'_{1y} = \frac{2}{3} T \cdot \mu \theta - \frac{W}{2} = \frac{2}{3} 200 \cdot 0,6\text{N} - 10\text{N} \Rightarrow \underline{\underline{T'_{1\sigma\omega\varphi} = 70\text{N}}} \quad (1)$$



Για την ταχύτητα της σφαίρας σε εκείνη τη θέση έχουμε:

$$\text{ΘΜΚΕ: } K_{\text{τελ}} - K_{\text{αρχ}} = W_{\text{μ}} \Rightarrow \frac{1}{2} m_1 v^2 - \frac{1}{2} m_1 v_1^2 = m_1 g y \quad \text{όπου } y = l \sigma \omega \varphi$$

$$\Rightarrow v^2 - v_1^2 = 2 g l \sigma \omega \varphi \Rightarrow v = \sqrt{v_1^2 + 2 g l \sigma \omega \varphi} \quad (2)$$

Από την κεντρομόλο δύναμη έχουμε: $\sum F_r = m_1 a_c$

$$\Rightarrow T'_1 - W_{1y} = \frac{m_1 v^2}{l} \Rightarrow T'_1 = m_1 g \sigma \omega \varphi + \frac{m_1 v^2}{l}$$

$$\xrightarrow{(2)} T'_1 = m_1 g \sigma \omega \varphi + \frac{m_1 (v_1^2 + 2 g l \sigma \omega \varphi)}{l}$$

$$\Rightarrow T'_1 = m_1 g \sigma \omega \varphi + \frac{m_1 v_1^2}{l} + 2 m_1 g \sigma \omega \varphi$$

$$\Rightarrow T'_1 = 3 m_1 g \sigma \omega \varphi + \frac{m_1 v_1^2}{l}$$

$$\xrightarrow{(1)} \frac{70}{\sigma \omega \varphi} = 30 \sigma \omega \varphi + \frac{100}{0,8}$$

$$\Rightarrow 30 \sigma \omega^2 \varphi + 125 \sigma \omega \varphi - 70 = 0$$

$$\Rightarrow 6 \sigma \omega^2 \varphi + 25 \sigma \omega \varphi - 14 = 0$$

$$\Delta = 625 + 24 \cdot 14 = 625 + 336 = 961 \rightarrow \sqrt{\Delta} = 31$$

$$\sigma \omega \varphi = \frac{-25 \pm 31}{12} \quad \left\{ \begin{array}{l} \sigma \omega \varphi = \frac{-25 - 31}{12} = -\frac{56}{12} \text{ απορρίπτεται} \\ \sigma \omega \varphi = \frac{-25 + 31}{12} \Rightarrow \sigma \omega \varphi = \frac{1}{2} \quad 0 < \varphi < 90^\circ \\ \varphi = 60^\circ \end{array} \right.$$

$$\text{Άπο } (2) \Rightarrow v = \sqrt{100 + 2 \cdot 10 \cdot 0,8 \cdot \frac{1}{2}} \text{ m/s} = \sqrt{108} \text{ m/s} = 6\sqrt{3} \text{ m/s}$$

$$\text{Οπότε } L(r) = m_1 \cdot v \cdot l = 1 \cdot 6 \cdot \sqrt{3} \cdot 0,8 \text{ kg} \frac{\text{m}^2}{\text{s}} \Rightarrow \boxed{L(r) = 4,8 \sqrt{3} \text{ kg} \frac{\text{m}^2}{\text{s}}}$$