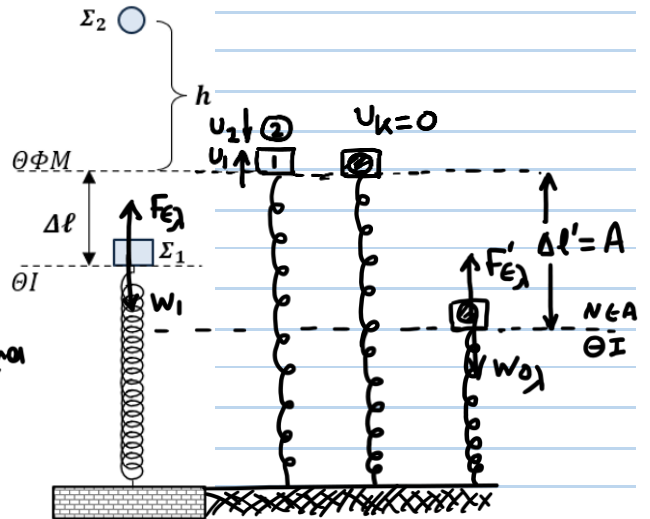


ΘΕΜΑ Α

A1-γ A2-γ A3-δ A4-α A5 ΛΛΣΣΛ

ΘΕΜΑ Β

B1 I-β Το συσσωμάτωμα μετά την κρούση παραμένει συγκρατημένο στην ΘΦΜ. Άρα στη νέα ααα που επιτελεί το συσσωμάτωμα βρίσκεται σε ακραία θέση.



Στη ΝΕα ΘΙ ισχύει:

$$\Sigma F = 0 \Rightarrow F'_{ελ} = w_{02} \Rightarrow k \Delta \ell' = m_{02} g \Rightarrow \Delta \ell' = \frac{m_{02} g}{k} = \frac{3mg}{k}$$

Άρα το πλάτος ααα του συσσωματώματος είναι $A = \Delta \ell' = \frac{3mg}{k}$

Στην αρχική ΘΙ του σώματος Σ1 ισχύει:

$$\Sigma F_1 = 0 \Rightarrow F_{ελ} = w_1 \Rightarrow k \Delta \ell = m_1 g \Rightarrow k \Delta \ell = 2mg \Rightarrow \Delta \ell = \frac{2mg}{k}$$

Άρα $\frac{A}{\Delta \ell} = \frac{3mg/k}{2mg/k} = \frac{3}{2} \Rightarrow \boxed{A = 1,5 \Delta \ell} \text{ (β)}$

II-α Πριν την κρούση το σώμα Σ1 στη ΘΦΜ έχει

ταχύτητα \vec{v}_1 . Ισχύει: $E_1 = K_1 + U_1 \Rightarrow \frac{1}{2} k A_1^2 = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} k \Delta \ell^2$
 $\Rightarrow v_1^2 = \frac{k}{m_1} (A_1^2 - \Delta \ell^2)$ όπου $A_1 = \sqrt{3} \Delta \ell$

$$\Rightarrow v_1^2 = \frac{k}{2m} (3 \Delta \ell^2 - \Delta \ell^2) \Rightarrow v_1^2 = \frac{k \Delta \ell^2}{m}$$

Στην πλαστική κρούση ΑΔΟ: $\vec{P}_{οληριν} = \vec{P}_{οληρεια} \Rightarrow \vec{P}_1 + \vec{P}_2 = \vec{P}_κ \text{ (↑)}$

$$\Rightarrow P_1 - P_2 = 0 \Rightarrow m_1 v_1 = m_2 v_2 \Rightarrow 2m v_1 = m v_2 \Rightarrow v_2^2 = 4 v_1^2$$

ΘΜΚΕ για m_2 : $K_{2τελ} - K_{2αρχ} = W_{W_2} \Rightarrow \frac{1}{2} m_2 v_2^2 = m_2 g h$

$$\Rightarrow h = \frac{v_2^2}{2g} = \frac{4v_1^2}{2g} = \frac{2v_1^2}{g} = \frac{2k \Delta \ell^2}{mg} = \frac{2k}{mg} \frac{4(mg)^2}{k^2} \Rightarrow \boxed{h = \frac{8mg}{k}} \text{ (α)}$$

B2-γ Τη χρονική στιγμή t_1 : $A_1 = \frac{A_0}{2} \Rightarrow A_0 e^{-\lambda t_1} = \frac{A_0}{2}$

$\Rightarrow e^{-\lambda t_1} = \frac{1}{2} \Rightarrow \lambda t_1 = \ln 2 \Rightarrow t_1 = \frac{\ln 2}{\lambda}$

Τη χρονική στιγμή $t_2 = 3t_1$: $A_2 = A_0 e^{-\lambda t_2}$ όπου $\lambda t_2 = 3\lambda t_1 = 3\lambda \frac{\ln 2}{\lambda}$

$\Rightarrow A_2 = A_0 e^{-3 \ln 2} = \frac{A_0}{e^{\ln 8}} \Rightarrow A_2 = \frac{A_0}{8}$ $\lambda t_2 = 3 \ln 2 = \ln 8$

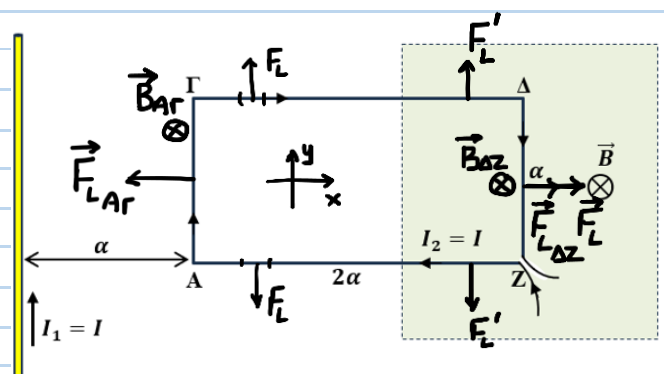
Η ενέργεια τη χρονική στιγμή t_2 είναι: $E_2 = \frac{1}{2} D A_2^2 = \frac{1}{64} \frac{1}{2} D A_0^2 = \frac{E_0}{64}$

Άρα το έργο της αντιστρεψιμής δύναμης είναι:

$W_{F'} = E_2 - E_0 = \frac{E_0}{64} - E_0 \Rightarrow W_{F'} = -\frac{63}{64} E_0$ (γ)

B3-α Το υάδε στοιχείωδες

τμήμα της πλευράς ΓΔ δέχεται δύναμη Laplace αντίθετη από τη δύναμη Laplace που δέχεται το αντίστοιχο απέναντι στοιχείωδες



τμήμα της πλευράς ΑΖ λόγω του μαγνητικού πεδίου που δημιουργεί ο ευθύγραμμος αγωγός. Επίσης αντίθετες είναι και οι δυνάμεις Laplace που ασκούνται στα τμήματα των πλευρών ΓΔ και ΑΖ που βρίσκονται εντός του ΟΜΠ Β. Άρα $\sum \vec{F}_y = \vec{0}$

Αφού το πλαίσιο είναι ακίνητο $\sum \vec{F} = \vec{0} \Rightarrow \sum \vec{F}_x + \sum \vec{F}'_y = \vec{0}$ οπότε και $\sum \vec{F}_x = \vec{0}$

$\Rightarrow F_L + F_{L\Delta Z} - F_{L\Gamma} = 0 \Rightarrow F_L = F_{L\Gamma} - F_{L\Delta Z}$

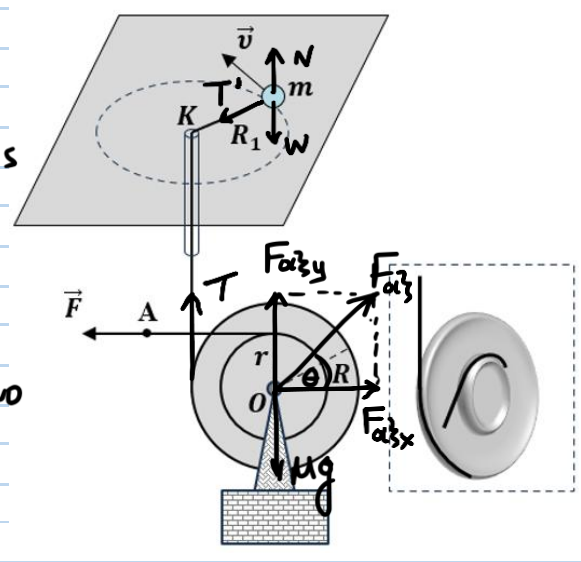
$\Rightarrow B I \alpha = B_{\Gamma} I \alpha - B_{\Delta Z} I \alpha$

$\Rightarrow B = B_{\Gamma} - B_{\Delta Z} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2I}{\alpha} - \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2I}{3\alpha}$

$\Rightarrow B = \frac{\mu_0 I}{2\pi\alpha} - \frac{\mu_0 I}{6\pi\alpha} \Rightarrow B = \frac{\mu_0 I}{3\pi\alpha}$ (α)

ΘΕΜΑ Γ

Στη διπλή τροχαλία ασκούνται το βάρος ως $M\vec{g}$, η τάση νήματος \vec{T} από το νήμα που είναι κλιγμένο στον δίσκο ακτίνας R , η δύναμη \vec{F} μέσω του νήματος που είναι κλιγμένο στον δίσκο ακτίνας r και δύναμη από τον άξονα \vec{F}_α στο κέντρο O .



Γ1 Ισορροπία διπλής τροχαλίας:

$$\sum \tau_{(O)} = 0 \Rightarrow \tau_F - \tau_T = 0 \Rightarrow F r = T R \Rightarrow T = \frac{r}{R} F \Rightarrow \boxed{T = 4 \text{ N}}$$

Γ2 $\sum F_x = 0 \Rightarrow F_{\alpha 3x} = F = 5 \text{ N}$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow F_{\alpha 3y} + T = Mg \Rightarrow F_{\alpha 3y} = Mg - T = 10 \text{ N}$$

$$\vec{F}_\alpha = \vec{F}_{\alpha 3x} + \vec{F}_{\alpha 3y} \quad \text{μέτρο: } F_\alpha = \sqrt{F_{\alpha 3x}^2 + F_{\alpha 3y}^2} = \sqrt{125} \text{ N} \Rightarrow \boxed{F_\alpha = 5\sqrt{5} \text{ N}}$$

$$\text{κατεύθυνση: } \epsilon\phi\theta = \frac{F_{\alpha 3y}}{F_{\alpha 3x}} = \frac{10}{5} \Rightarrow \boxed{\epsilon\phi\theta = 2}$$

Γ3 Η τάση νήματος \vec{T}' (μετά μέτρο $T = T' = 4 \text{ N}$) είναι η κεντρομόλος δύναμη που δέχεται το σφαιρίδιο στην κυλιτική κίνηση ακτίνας R_1 που ευτελεί. Ισχύει:

$$\sum F_{R_1} = m a_k \Rightarrow T' = \frac{m v^2}{R_1} \Rightarrow v^2 = \frac{T' R_1}{m} \Rightarrow v^2 = 4 \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2} \Rightarrow v = 2 \text{ m/s}$$

$$\text{Η στροφορμή του σφαιριδίου έχει μέτρο: } L = m v R \Rightarrow \boxed{L = 2 \text{ kg} \cdot \frac{\text{m}^2}{\text{s}}}$$

και κατεύθυνση κάθετη στο επίπεδο της κυλιτικής τροχιάς στο κέντρο K με φορά προς τα πάνω (\uparrow)

Γ4 Για το σφαιρίδιο ισχύει $\sum \tau_K = 0$ οπότε διατηρείται η στροφορμή: $L_{\text{αρχ}} = L_{\text{τελ}} \Rightarrow m v R_1 = m v' R_2 \Rightarrow v' = \frac{R_1 v}{R_2} \Rightarrow \boxed{v' = 4 \text{ m/s}}$

Γ5 Από την κεντρομόλο: $\sum F_{R_2} = m a_k \Rightarrow T_v' = \frac{m v'^2}{R_2} = 32 \text{ N}$.

Ισορροπία διπλής τροχαλίας: $\sum \tau_{(O)} = 0 \Rightarrow \tau_{F'} - \tau_{T_v} = 0 \Rightarrow F' r = T_v R \Rightarrow F' = T_v \frac{R}{r} \Rightarrow \boxed{F' = 40 \text{ N}}$

ΘΕΜΑ Δ

Δ1] Το σώμα Σ₂

δέχεται το βάρος του

\vec{w}_2 , την κάθετη δύναμη \vec{N}_2

από το επίπεδο και

τη δύναμη επαφής $\vec{F}_{\text{επαφής}}$

από το σώμα Σ₁.

α) Η δύναμη επαφής

είναι η δύναμη επαναφοράς

για το σώμα Σ₂: $F_{\text{επαν}} = F_{\text{επαφής}} = m_2 a = -m_2 \omega^2 x = -D_2 x$.

Η επαφή χάνεται όταν $F_{\text{επαφής}} = 0 \Rightarrow x = 0$ στη ΘΙ-ΘΦΜ.

β) Τα σώματα κινούνται από την ακραία θέση στη ΘΙ για

$$\text{χρονικό διάστημα } \Delta t = \frac{T}{4} = \frac{1}{4} 2\pi \sqrt{\frac{m_1 + m_2}{k}} \Rightarrow \Delta t = \frac{\pi}{10} \text{ sec} = 0,314 \text{ sec}$$

γ) Στη ΘΦΜ-ΘΙ τα σώματα έχουν μέγιστη ταχύτητα

$$v_{\text{max}} = \omega A \quad \text{όπου } D = k = m_0 \omega^2 \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{k}{m_0}} = 5 \text{ rad/s}$$

$$v_{\text{max}} = 4 \text{ m/s}$$

δ) Για τη νέα αατ του Σ₁: $v_{1\text{max}} = v_{\text{max}} \Rightarrow \omega_1 A_1 = v_{\text{max}}$

$$\Rightarrow \sqrt{\frac{k}{m_1}} A_1 = v_{\text{max}} \Rightarrow 10 A_1 = 4 \Rightarrow A_1 = 0,4 \text{ m}$$

Δ2] Η κινητική ενέργεια του Σ₁ μετά την αλώληση επαφής μηδενίζεται για 3^η φορά στην ακραία θέση δεξιά της ΘΦΜ.

α) Τα σώματα κινούνται ταυτόχρονα για χρονικό διάστημα

$$\Delta t = T_1 + \frac{T_1}{4} = \frac{5T_1}{4} \quad \text{όπου } T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{m_1}{k}} = \frac{\pi}{5} \text{ sec} \text{ η περίοδος}$$

$$\Delta t = \frac{5}{4} \frac{\pi}{5} \text{ sec} \Rightarrow \Delta t = \frac{\pi}{4} \text{ sec}$$

ως αατ του Σ₁ μετά την αλώληση επαφής.

Σε αυτό το χρονικό διάστημα το Σ₂ διανύει διάστημα S₂,

$$\text{όπου } S_2 = 2d - A_1 \quad \text{και} \quad S_2 = v_2 \cdot \Delta t = 4 \frac{\pi}{4} \text{ m} = \pi \cdot \text{m} = 3,14 \text{ m}$$

$$\text{άρα } d = \frac{S_2 + A_1}{2} \Rightarrow d = 1,77 \text{ m} \quad \left(\text{ελαστική κρούση } \Sigma_2 - \text{τοιχώ} \right)$$

μέτρο $v_2 = \text{σταθ}$

β) Πλάσιμύ κρούση ΑΔΟ: $\vec{P}_{\text{πριν}} = \vec{P}_{\text{μετά}} \Rightarrow \vec{P}_2 = \vec{P}_{\text{κοινού}}$

$\Rightarrow m_2 v_2 = m_{0\lambda} v_k \Rightarrow v_k = \frac{m_2 v_2}{m_{0\lambda}} = \frac{3 \cdot 4}{4} \text{ m/s} \Rightarrow v_k = 3 \text{ m/s}$

Αίτιας φτιά των κρούση για των αατ του συσσωματώματος

ισχύει: $E = K + U \Rightarrow K_{\text{max}} = K + U \Rightarrow \frac{1}{2} m_{0\lambda} v_{\text{max}}^2 = \frac{1}{2} m v_k^2 + \frac{1}{2} k A_1^2$

$\Rightarrow v_{\text{max}} = \sqrt{v_k^2 + \frac{k}{m_{0\lambda}} A_1^2} = \sqrt{9 + \frac{100}{4} \frac{16}{100}} \text{ m/s} \Rightarrow v_{\text{max}} = \sqrt{13} \text{ m/s}$

Δ3 Στι θΙ των $m_1 + m_2$ ισχύει:

$\Sigma F = 0 \Rightarrow F_{\text{ελ}02} = W_{0\lambda}$

$\Rightarrow k \cdot \Delta \ell = m_{0\lambda} g$

$\Rightarrow \Delta \ell = \frac{(m_1 + m_2) g}{k} = 0,4 \text{ m}$

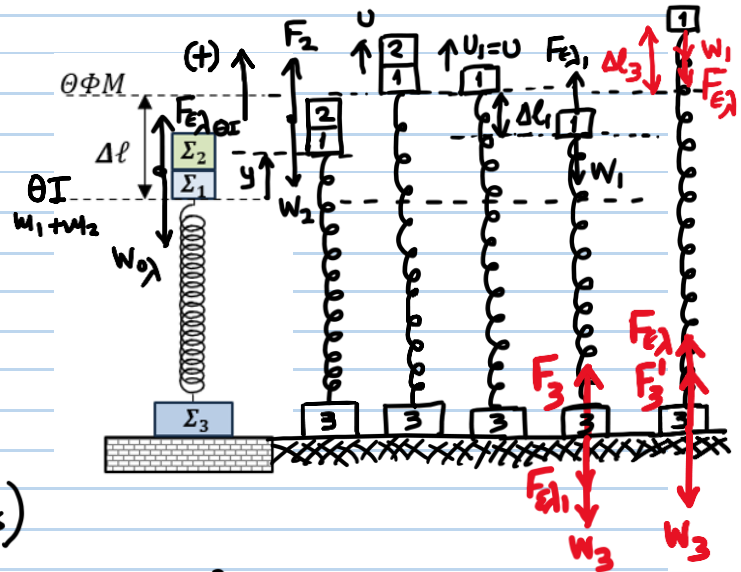
Για των αατ του Σ_2 ισχύει

$\Sigma F_2 = m_2 a \Rightarrow F_2 - W_2 = -m_2 \omega^2 y$

$F_2 = m_2 g - m_2 \omega^2 y$ ($F_2 = F_{\text{επαφής}}$)

Όταν το Σ_2 χάνει επαφή $F_2 = 0 \Rightarrow m_2 \omega^2 y = m_2 g \Rightarrow$

$y = \frac{g}{\omega^2} = \frac{g}{\frac{k}{m_1 + m_2}} \Rightarrow y = \frac{(m_1 + m_2) g}{k} = \Delta \ell = 0,4 \text{ m}$ χάνει επαφή στη ΘΦΜ



Επειδή το πλάτος αατ είναι $A' = 0,4\sqrt{3} \text{ m} > \Delta \ell = 0,4 \text{ m}$ το

Σ_2 χάνει την επαφή του από το σώμα Σ_1 , το οποίο στη

συνέχεια εκτελεί νέα αατ γύρω από τη ΝΕΑ ΘΙ m_1 , στην οποία

ισχύει: $\Sigma F_2 = 0 \Rightarrow F_{\text{ελ}1} = W_1 \Rightarrow k \Delta \ell_1 = m_1 g \Rightarrow \Delta \ell_1 = \frac{m_1 g}{k} = 0,1 \text{ m}$

Στι ΘΦΜ τα σώματα Σ_1, Σ_2 έχουν μέτρο ταχύτητας v και

ισχύει: $E = K + U \Rightarrow \frac{1}{2} k A_1'^2 = \frac{1}{2} m_{0\lambda} v^2 + \frac{1}{2} k \Delta \ell^2$

$\Rightarrow v = \sqrt{\frac{k}{m_{0\lambda}} (A_1'^2 - \Delta \ell^2)} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{100}{4} \left(\frac{3 \cdot 16}{100} - \frac{16}{100} \right)} \text{ m/s} \Rightarrow v = 2\sqrt{2} \text{ m/s}$

Για τη νέα αατ που εκτελεί το σώμα Σ_1 φτιά των

απώλεια επαφής έχουμε: $E_1 = K_1 + U_1 \Rightarrow \frac{1}{2} k A_1^2 = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} k \Delta \ell_1^2$

$$\Rightarrow A_1 = \sqrt{\frac{m_1}{k} v_1^2 + \Delta l_1^2} \quad \text{όπου } v_1 = v = 2\sqrt{2} \text{ m/s}$$

$$\Rightarrow A_1 = \sqrt{\frac{1}{100} 8 + \frac{1}{100}} \text{ m} \Rightarrow A_1 = 0,3 \text{ m} > \Delta l_1 = 0,1 \text{ m} \quad \text{ζεπανά τη θφμ}$$

Όταν το σώμα Σ_1 βρίσκεται κάτω από τη θφμ, το σώμα Σ_3 δέχεται δύναμη από το ελατήριο που έχει φορά προς τα κάτω.

Άρα $\Sigma F_{3y} = 0 \Rightarrow F_3 = F_{ελ} + W_3 > 0$ δε χάνει επαφή από το οριζόντιο επίπεδο.

Όταν το σώμα Σ_1 βρίσκεται πάνω από τη θφμ ($A_1 > \Delta l_1$)

το σώμα Σ_3 δέχεται δύναμη το ελατήριο που έχει φορά προς τα πάνω.

$$\text{Άρα } \Sigma F_{3y} = 0 \Rightarrow F_3' + F_{ελ} = W_3 \Rightarrow F_3' = W_3 - F_{ελ}$$

Όπως πρέπει $F_3' \geq 0$ για να μη χάνει επαφή από το οριζόντιο επίπεδο. Έχουμε: $F_3' \geq 0 \Rightarrow W_3 - F_{ελ} \geq 0$

$$F_{ελ} \leq m_3 g \Rightarrow k \Delta l_3 \leq m_3 g$$

Με δεδομένο το πλάτος ταλάντωσης του Σ_1 έχουμε ότι:

$$A_1 = \Delta l_1 + \Delta l_3 \Rightarrow \Delta l_3 = A_1 - \Delta l_1 \Rightarrow \Delta l_3 = 0,2 \text{ m}$$

$$\text{οπότε } k \Delta l_3 \leq m_3 g \Rightarrow m_3 \geq \frac{k \Delta l_3}{g} \Rightarrow \boxed{m_{3 \min} = \frac{k \Delta l_3}{g} = 2 \text{ kg}}$$