

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΣΤΗΝ ΑΛΓΕΒΡΑ Α' ΛΥΚΕΙΟΥ

11/10/2026

ΘΕΜΑ 1^ο

A1. Τι ονομάζουμε συμπλήρωμα ενός υποσυνόλου A του βασικού συνόλου Ω ;

(Μονάδες 5)

A2. Αν Ω το βασικό σύνολο, $\emptyset$ το κενό σύνολο και A ένα υποσύνολο του βασικού συνόλου Ω , να συμπληρώσετε **(στο τετράδιο του διαγωνίσματος)** τις ακόλουθες ισότητες :

α) $(A')' = \dots,$

β) $(\Omega)' = \dots,$

γ) $\Omega \cup \emptyset = \dots,$

δ) $(\emptyset)' = \dots,$

ε) $\Omega \cap \emptyset = \dots,$

(Μονάδες 5)

A3. Να συμπληρώσετε **(στο τετράδιο του διαγωνίσματος)** τις ακόλουθες ισότητες :

α) $(-\alpha - \beta)^3 = \dots$

β) $(\alpha + \beta)(\beta - \alpha) = \dots$

γ) $(\alpha + \beta + \gamma)^2 = \dots$

δ) $(-1)^{2025} - (-1)^{2026} + (-2026)^0 = \dots$

ε) $\alpha^3 - \beta^3 = \dots$

(Μονάδες 5)

A4. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα από κάθε μία, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή ή τη λέξη **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α) Ισχύει η ισοδυναμία : $\alpha \cdot \beta \neq 0 \Leftrightarrow \alpha \neq 0 \text{ ή } \beta \neq 0$

β) Οποιοσδήποτε αριθμός έχει την μορφή $\frac{\kappa}{\lambda}$, με $\kappa, \lambda \in \mathbb{R}$ και $\lambda \neq 0$, είναι ρητός αριθμός.

γ) Ισχύει : $-2^3 \cdot (-2)^5 = 2^8$

δ) Αν ν περιττός τότε: $\alpha = \beta \Leftrightarrow \alpha^\nu = \beta^\nu$

ε) Ισχύει : $\alpha \cdot \gamma = \beta \cdot \gamma \Rightarrow \alpha = \beta$

(Μονάδες 10)

ΘΕΜΑ 2^ο

B1. Έστω α, β πραγματικοί αριθμοί, διαφορετικοί μεταξύ τους, για τους οποίους ισχύουν $\alpha^2 = 2\alpha + \beta$ και $\beta^2 = 2\beta + \alpha$.

α) Να αποδείξετε ότι:

i. $\alpha^2 - \beta^2 = \alpha - \beta$.

ii. $\alpha + \beta = 1$.

β) Να βρείτε την τιμή της παράστασης $A = \alpha^2 + \beta^2$.

(Μονάδες 15)

B2. Αν για τους πραγματικούς αριθμούς x, y ισχύει η σχέση

$$(x - 2y)^2 - 2(3 - 2xy) = 5y^2 - 1$$

α) Να αποδείξετε ότι $x^2 - y^2 = 5$.

(Μονάδες 7)

β) Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης $P = (x + y)^3(x - y)^3$.

(Μονάδες 3)

ΘΕΜΑ 3^ο

Γ1. Να απλοποιήσετε τις παραστάσεις :

α) $A = \frac{x^4 + x^3 - 4x^2 - 4x}{(x^3 - x)(x - 2)}$

β) $B = \frac{x^2 - 9}{x^2 - 6x + 9} : \left(\frac{x - 3}{x + 3}\right)^{-3}$

(Μονάδες 5- 4)

Γ2. Να απλοποιήσετε την παράσταση

$\Gamma = \frac{(xy^{-1})^2(x^{-1}y^2)^4(xy^{-2})}{x^{-1}y(x^2y^{-1})^3x^{-2}y} : (x^2y^{-9})^{-1}$ και στη συνέχεια να βρείτε την αριθμητική της τιμή για $xy^2 = -2$.

(Μονάδες 10)

Γ3. Έστω το βασικό σύνολο $\Omega = \{1, 2, 3, 4\}$ και τα υποσύνολα του:

$$A = \{1, 2, 3\} \text{ και } B = \{3, 4\}.$$

Να βρείτε με αναγραφή τα σύνολα: A' , $A' \cup B$ και $(A \cap B)'$

(Μονάδες 6)

ΘΕΜΑ 4^ο

Δ1. Για τους πραγματικούς αριθμούς α, β με $\alpha \neq \beta$ ισχύει:

$$2(\alpha + \beta)^2 + (\alpha - \beta)^2 - (\alpha + \beta)(\alpha - \beta) = \alpha^2 + 3\beta^2$$

Να αποδείξετε ότι οι αριθμοί α και β είναι αντίθετοι

(Μονάδες 10)

Δ2. α) Να απλοποιήσετε την παράσταση :

$$A = \frac{\alpha^3 - 4\alpha\beta^2}{\alpha^3 - \alpha^2\beta - 2\alpha\beta^2}$$

β) Αν $\alpha = 3\beta$, να δείξετε ότι $A = \frac{5}{4}$.

(Μονάδες 7-3)

Δ3. Αν $\frac{\alpha^2 + \beta}{\beta^2 + \alpha} = \frac{\alpha}{\beta}$ και $\alpha \neq \beta$ και $\alpha \cdot \beta \neq 0$, να αποδείξετε ότι $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = 1$

(Μονάδες 5)

ΣΑΣ ΕΥΧΟΜΑΣΤΕ ΚΑΛΗ ΑΡΧΗ ΚΑΙ ΕΠΙΤΥΧΙΑ!!!