1. ✉ Ζωγράφου: Ι. Χρυσίππου 1, ☎ 210 7488030 & ΙΙ. Ξηρογιάννη 10 , ☎ 210 7488180

2. ✉ Χολαργός: Φανερωμένης 13, ☎ 210 6536551

3. ✉ Αγία Παρασκευή: Ευεργέτου Γιαβάση 9, πλατεία Αγ. Παρασκευής, ☎ 210 6000031

Εν Δυνάμει
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ
www.en-dynamei.gr

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΑΛΓΕΒΡΑΣ Β΄ ΛΥΚΕΙΟΥ

ΘΕΜΑ ΠΡΩΤΟ

Α1. Πότε μια συνάρτηση f με πεδίο ορισμού το Α λέγεται περιττή και τι γνωρίζετε για την γραφική της παράσταση; (Μον. 3)

Α2. Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις ως σωστές ή λάθος.

1. Η ευθεία y=5 είναι κάθετη στον άξονα y΄y.
2. Αν ένα γραμμικό σύστημα έχει δύο διαφορετικές λύσεις τότε θα έχει άπειρο πλήθος λύσεων.
3. Αν η μέγιστη τιμή μιας συνάρτησης f είναι ίση με 1, τότε η εξίσωση f(x) = 3 είναι αδύνατη.
4. Η συνάρτηση $f(x) = x^2 + 4$ με πεδίο ορισμού $A_f = (0 , +\infty)$ είναι άρτια. (Μον. 8)

Α3. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = x^3 + x$ με $x \in \mathbb{R}$.

i.Να μελετήσετε την f ως προς την μονοτονία. (Μον. 4)

ii. Αν η f είναι γνησίως αύξουσα να λυθεί η ανίσωση $f(|x-2|) < f(3)$ (Μον. 3)

iii. Να δείξετε ότι η συνάρτηση f είναι περιττή. (Μον.4)

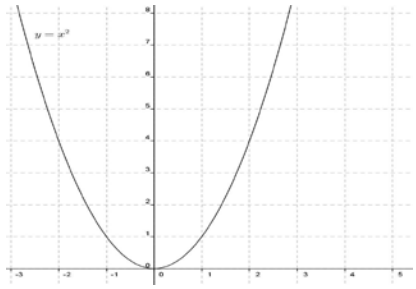
iv. Να λυθεί η εξίσωση $x^3 - \frac{f(2026)}{f(-2026)}x = 0$. (Μον. 3)

ΘΕΜΑ ΔΕΥΤΕΡΟ

Δίνεται το σύστημα $\begin{cases} 6\alpha + \beta = 6 - \alpha \\ \frac{3\alpha}{2} - \frac{\beta}{2} = 2 \end{cases}$ και οι συναρτήσεις $f(x) = x^2+(-\alpha-1)x + 4\alpha + \beta$ και $g(x) = \frac{4\alpha x}{x^2 - 4\beta}$.

Β1.Να λύσετε το σύστημα και να δείξετε ότι α=1 και β = - 1. (Μον. 4)

Β2. i. Να γράψετε τη συνάρτηση f στη μορφή $f(x)= (x - p)^2 + q$ και στη συνέχεια να βρείτε με ποια οριζόντια και ποια κατακόρυφη μετατόπιση η γραφική παράσταση της $h(x) = x^2$ θα συμπέσει με τη γραφική παράσταση της f . (Μον. 3, 3)



ii. Δίνοντας την γραφική παράσταση της h, να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της f βάση του Β2i και να βρείτε το σύνολο τιμών, το πεδίο ορισμού της f και να την μελετήσετε ως προς την μονοτονία και τα ακρότατα. (Μον. 1, 2, 2, 2)

Β3. Να δείξετε ότι η συνάρτηση g παρουσιάζει μέγιστο στο $x_o = 2$. (Μον. 4)

Β4. Να δείξετε ότι η γραφική παράσταση της $k(x) = 6g(x^5)$ έχει κέντρο συμμετρίας την αρχή των αξόνων Ο(0, 0). (Μον. 4)

ΘΕΜΑ ΤΡΙΤΟ

Γ1. Να δώσετε τον ορισμό του γινομένου ενός πραγματικού αριθμού λ επί ένα διάνυσμα $\vec{\alpha}$.(Μον. 5)

Γ2. Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις ως σωστές ή λάθος

1. Ισχύει $\vec{\alpha}=\vec{\beta}\Leftrightarrow\left|\vec{\alpha}\right|=\left|\vec{\beta}\right|$.
2. Αν $\left|\vec{\alpha}\right|=\lambda\left|\vec{\beta}\right|$, $\lambda\in R$ τότε $\vec{\alpha}\,//\,\vec{\beta}$.
3. Αν ω η γωνία δύο διανυσμάτων τότε ισχύει $0^0\le\omega\le180^0$.
4. Δίνονται τα σημεία $A(x_1,y_1)$, $B(x_2,y_2)$. Τότε $\left|\overrightarrow{AB}\right|=\sqrt{(x_1-x_2)^2+(y_1-y_2)^2}$. (Μον. 8)

Γ3. Δίνονται τα σημεία Α, Β, Κ, Λ *και* Μ. Αν ισχύει $\overrightarrow{AK}+3\overrightarrow{MA}=3\overrightarrow{KB}-2\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{B\Lambda}$, να δείξετε ότι

i) Τα σημεία Κ, Λ και Μ είναι συνευθειακά . (Μον. 6)

ii) Το σημείο Κ βρίσκεται μεταξύ των Λ και Μ. (Μον. 6)

ΘΕΜΑ ΤΕΤΑΡΤΟ

Δ1. Δίνονται τα σημεία $A(\lambda,-1), B(0,1), \Gamma(\lambda-2,\,2\lambda+1)$.

i) Να βρείτε την τιμή του λ ώστε τα σημεία Α, Β και Γ να σχηματίζουν τρίγωνο. (Μον. 4)

Για τα επόμενα ερωτήματα δίνεται ότι $\lambda=-1$.

ii) Να βρείτε τη γωνία που σχηματίζει το διάνυσμα $\overrightarrow{A\Gamma}$ με τον άξονα x΄x. (Μον. 3)

iii) Να βρείτε το εμβαδόν του τριγώνου ΑΒΓ. (Μον. 3)

iv) Να βρείτε σημείο Δ του επιπέδου, ώστε το τετράπλευρο ΑΒΔΓ να είναι παραλληλόγραμμο. (Μον. 4)

Δ2. Δίνονται τα διανύσματα $\vec{\alpha}=(x,\,8)$, $\vec{\beta}=(2,\,x)$.

i) Να βρεθούν οι τιμές του x, ώστε $\vec{a}\uparrow\downarrow\vec{\beta}$. (Μον. 4)

ii) Να βρεθούν οι τιμές του x, ώστε το διάνυσμα $\vec{v}=\vec{a}-\vec{\beta}$ να έχει μέτρο 6. (Μον. 4)

iii) Αν $\vec{i}$ το μοναδιαίο διάνυσμα, να βρεθούν οι τιμές του x, ώστε η γωνία των διανυσμάτων $\vec{\beta}$ και $2026\vec{\imath}$ να είναι 60^o. (Μον. 3)